EXERCICE I - LES RAYONS X, OUTIL D'INVESTIGATION (6 points)

1. Accélération d'un faisceau d'électrons

1.1. $\overrightarrow{F_e} = q.\vec{E}$, pour un électron $\overrightarrow{F_e} = -e.\vec{E}$.
Ainsi, la force électrique $\overrightarrow{F_e}$ subie par l'électron et le champ électrique $\vec{E}$ sont de même direction mais de sens opposés.

1.2. Pour montrer que le poids de l'électron est bien négligeable devant la force électrique qu'il subit, exprimons puis calculons le rapport $\frac{P}{F_e}$: $\frac{P}{F_e} = \frac{m.g}{|q|.E} = \frac{m.g}{e.\frac{U}{d}} = \frac{m.g.d}{e.U}$

$$\frac{P}{F_e} = \frac{9{,}11 \times 10^{-31} \times 9{,}81 \times 2 \times 10^{-2}}{1{,}60 \times 10^{-19} \times 100 \times 10^{3}} = 1 \times 10^{-17}$$ *(1seul chiffre significatif sur d)*

On constate que $\frac{P}{F_e} \ll 1$, ainsi $P \ll F_e$ donc le poids de l'électron est bien négligeable devant la force électrique qu'il subit.

1.3. *Cette même question a été posée au bac Centres étrangers (Exo I, 2.3.), il y a quelques jours … Fréquenter assidument Labolycée ça sert !*

<u>Démonstration utilisant la 2ème loi de Newton :</u>

Appliquons la 2ème loi de Newton au système {électron} dans le référentiel du laboratoire considéré galiléen : $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m_e.\vec{a}$ car m_e est constante.

$$\overrightarrow{F_e} = m_e.\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{-e.\vec{E}}{m_e}$$

En projetant sur l'axe horizontal Ox, orienté de A vers B (correspondant à la trajectoire de l'électron) : $a_x = \frac{-e.E_x}{m_e}$

Comme $E_x = -E$ alors $a_x = \frac{e.E}{m_e}$ *(car $\vec{E}$ orienté vers la gauche)*

Par définition, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $a_x = \frac{dv_x}{dt}$

En intégrant : $v_x = \frac{e.E}{m_e}.t + C_1$

On détermine la constante C_1 à l'aide des conditions initiales, à t = 0, $v_x(0) = 0$ donc $C_1 = 0$.

Ainsi : $\boxed{v_x = \frac{e.E}{m_e}.t}$ (1)

Par définition, $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ donc $v_x = \dfrac{dx}{dt}$.

En intégrant : $x = \dfrac{e.E}{2m_e}.t^2 + C_2$ or à t = 0, x(0) = 0 donc $C_2 = 0$

Ainsi : $\boxed{x = \dfrac{e.E}{2m_e}.t^2}$ (2)

Démarche : grâce à (2) on peut maintenant exprimer la date t_A à laquelle l'électron arrive en A puis en déduire la vitesse à cette date grâce à (1).

(2) donne $x_A = d = \dfrac{e.E}{2m_e}.t_A^2$ donc $t_A = \sqrt{\dfrac{2m_e.d}{e.E}}$

Dans (1) : $v_x = \dfrac{e.E}{m_e}.t_A = \dfrac{e.E}{m_e}.\sqrt{\dfrac{2m_e.d}{e.E}} = \sqrt{\dfrac{e^2.E^2}{m_e^2}.\dfrac{2m_e.d}{e.E}} = \sqrt{\dfrac{2e.E.d}{m_e}} = \sqrt{\dfrac{2e.\frac{U}{d}.d}{m_e}} = \sqrt{\dfrac{2e.U}{m_e}}$

Par définition, $v_A = \|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{v_x^2} = +v_x$ donc on retrouve bien $\boxed{v_A = \sqrt{\dfrac{2e.U}{m_e}}}$.

Démonstration utilisant la notion de travail d'une force :

Entre O et A, l'électron n'est soumis qu'à la force électrique et voit son énergie cinétique augmenter. Cette augmentation est dûe au travail de la force $\overrightarrow{F_e}$ constante entre O et A :

$$\Delta E_c = W_{O\to A}(\overrightarrow{F_e})$$

$$E_c(A) - E_C(O) = \overrightarrow{F_e}.\overrightarrow{OA} = \|\overrightarrow{F_e}\|.\|\overrightarrow{OA}\|.\cos(\overrightarrow{F_e},\overrightarrow{OA})$$

$$\frac{1}{2}m_e.v_A^2 - 0 = e.E.d = e.\frac{U}{d}.d = e.U$$

$$v_A^2 = \frac{2.e.U}{m_e}$$

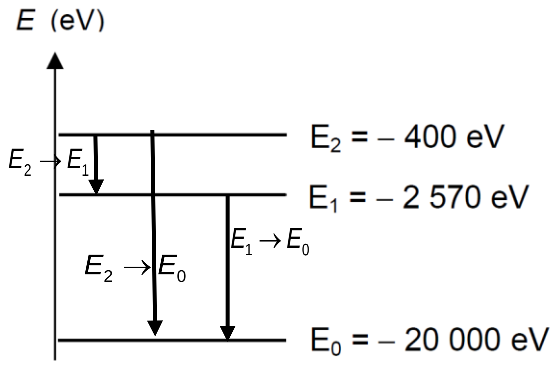
$$\boxed{v_A = \sqrt{\frac{2e.U}{m_e}}}$$

1.4. $v_A = \sqrt{\dfrac{2\times1{,}60\times10^{-19}\times100\times10^{3}}{9{,}11\times10^{-31}}} = 1{,}87\times10^{8}\,\text{m.s}^{-1}$ *(soit 62,5 % de la vitesse de la lumière dans le vide)*

1.5. La courbe $\gamma = f(v)$ montre que pour une vitesse égale à v_A, le coefficient de Lorentz est notablement supérieur à 1 (environ 1,3).

Le phénomène de dilatation des durées n'est alors plus négligeable ; le modèle relativiste conviendrait mieux à l'étude du mouvement de l'électron.

2. Emission de rayons X



2.1. Les transitions électroniques de l'atome qui s'accompagnent d'une émission de rayonnement correspondent à une transition d'un niveau supérieur vers un niveau d'énergie inférieur.
Ainsi, 3 transitions sont possibles ici : $E_2 \to E_0$, $E_2 \to E_1$ et $E_1 \to E_0$.

2.2. D'après la relation de Planck : $|\Delta E| = h.\nu = h.\dfrac{c}{\lambda}$ ainsi $\boxed{\lambda = h.\dfrac{c}{|\Delta E|}}$ avec ΔE en J.

$$\lambda_{2\to0} = 6{,}63\times10^{-34}\times\frac{3{,}00\times10^{8}}{|-20000+400|\times1{,}60\times10^{-19}} = 6{,}34\times10^{-11}\text{m}$$

$$\lambda_{2\to1} = 6{,}63\times10^{-34}\times\frac{3{,}00\times10^{8}}{|-2570+400|\times1{,}60\times10^{-19}} = 5{,}72\times10^{-10}\text{m}$$

$$\lambda_{1\to0} = 6{,}63\times10^{-34}\times\frac{3{,}00\times10^{8}}{|-20000+2570|\times1{,}60\times10^{-19}} = 7{,}13\times10^{-11}\text{m}$$

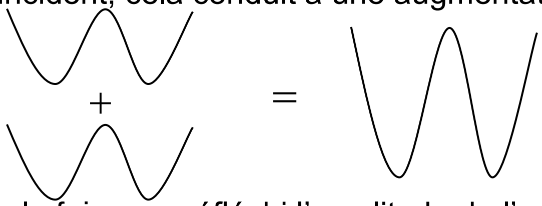
Ces trois longueurs d'onde appartiennent au domaine des rayons X car $10^{-12} < \lambda < 10^{-8}$ m, ce qui est cohérent avec le titre du paragraphe.

3. Application à l'étude des structures cristallines

3.1. Les points A_1 et A_2 vibrent **en phase**, les deux rayons incidents interfèrent de façon **constructive**.
Les points B_1 et B_2 vibrent **en opposition de phase**, les deux rayons réfléchis interfèrent de façon **destructive**.

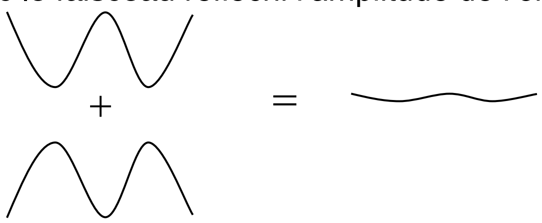
Les amplitudes des ondes qui interfèrent s'additionnent.
Avec le faisceau incident, cela conduit à une augmentation de l'amplitude de l'onde résultante.

Faisceau incident



Au contraire, avec le faisceau réfléchi l'amplitude de l'onde résultante est nulle.

Faisceau réfléchi



Voir : http://labosims.org/animations/interference/interference.html

3.2. Dans le cas d'interférences constructives : $\delta = k.\lambda$.
Pour une différence de parcours minimale, k = 1 ainsi $\delta = \lambda$.
De plus, ici $\delta = 2.d.\sin\theta$.
Alors $\delta = 2.d.\sin\theta = \lambda$ et donc $d = \dfrac{\lambda}{2\sin\theta}$

$$d = \frac{0{,}154\times10^{-9}}{2\times\sin(10{,}4°)} = 4{,}27\times10^{-10}\text{m}$$

Remarque : on retrouve une valeur cohérente avec la distance interatomique (1ère S).

<u>Compétences exigibles ou attendues :</u>
En noir : officiel (Au B.O.)
En bleu : officieux (au vu des sujets de Bac depuis 2013)

- Connaitre les relations vectorielles $\vec{F} = q.\vec{E}$ et $\vec{P} = m.\vec{g}$ (1ère S).
- Identifier la direction et le sens du champ électrostatique $\vec{E}$ dans un condensateur plan (soit à partir des charges des armatures, soit en faisant le lien avec la force $\vec{F} = q.\vec{E}$ subie par une particule) (1ère S).
- Connaître et exploiter les trois lois de Newton ; les mettre en œuvre pour étudier des mouvements dans des champs de pesanteur et électrostatique uniformes.
- *Utiliser la 2ème loi de Newton pour faire l'étude mécanique du mouvement d'un point matériel :*
  - *détermination des équations horaires du mouvement ($a_x(t)$, $a_y(t)$, $v_x(t)$, $v_y(t)$, $x(t)$, $y(t)$)*
- *Exploiter les équations horaires du mouvement ou l'équation de la trajectoire pour répondre à un problème donné (ex : portée d'un tir, durée d'une chute, vitesse en un point …).*
- Établir et exploiter les expressions du travail d'une force constante (force de pesanteur, force électrique dans le cas d'un champ uniforme).
- Analyser les transferts énergétiques au cours d'un mouvement d'un point matériel.
- Extraire et exploiter des informations relatives à une situation concrète où le caractère relatif du temps est à prendre en compte.
- Connaître la relation de Planck : $|\Delta E| = h.\nu = h.\frac{c}{\lambda}$ et l'utiliser pour exploiter un diagramme d'énergie (1ère S).
- Connaître et exploiter les conditions d'interférences constructives et destructives pour des ondes monochromatiques.