

P6 - CORRECTION DES EXERCICES

Exercice 20 page 210

1. La méthode consiste à mesurer sur les graphiques la longueur correspondant à plusieurs périodes d'une part, l'échelle de l'axe des temps d'autre part.

Pour le graphe 1 :

- on mesure une longueur de 21,5 mm pour $5T_1$
- 4,0 s correspondent à 21,5 mm $\Rightarrow T_1 = 4,0/5 = 0,80s$

Pour le graphe 2 :

- on mesure une longueur de 24,5 mm pour 6 T_2
- 5,0 s correspondent à 27,0 mm $\Rightarrow T_2 = (5,0*24,5/27,0)/6 = 0,76s$

2.a. Deux chiffres significatifs.

2.b. L'appareil de mesure étant gradué au mm, l'incertitude $\Delta\ell$ sur la mesure est égale à la demi plus petite graduation, soit $\Delta\ell = 0,5$ mm.

2.c. La durée est calculée à partir de la mesure de la longueur donc : $U(\Delta t)/\Delta t = U(\ell)/\ell$

- Graphe 1 : $U(\Delta t) = 4,0*0,5/21,5 = 0,093s$ soit $\Delta T = 0,093/5 \approx 0,02$ s pour T_1
- Graphe 2 : $U(\Delta t) = 5,0*0,5/27,0 = 0,092s$ soit $\Delta T = 0,092/6 \approx 0,02s$ pour T_2

2.d. $0,78 s < T_1 < 0,82 s$ et $0,74 s < T_2 < 0,78 s$

2.e. $\Delta T_1/T_1 = 0,02/0,80 \approx 3 \%$; $\Delta T_2/T_2 = 0,02/0,76 \approx 3 \%$

La méthode consistant à mesurer la longueur correspondant à plusieurs périodes à une précision satisfaisante.

Exercice 21 page 210

1.a. ℓ représente la longueur du pendule (centre du disque – point de fixation de la tige) et g l'intensité de la pesanteur du lieu.

1.b. ℓ en m ; g en $m.s^{-2}$; T_0 en s

2.a. L'intensité de la pesanteur est une grandeur qui dépend de l'altitude du lieu ($g = G.M_T/(R_T+h)$). La Paz, capitale la plus haute du monde, est une ville plus proche de l'équateur située à une altitude plus élevée $z_{LP} = 3\,660$ m que Paris donc la valeur de g y est plus petite qu'à Paris. Ainsi : T_0 (LaPaz) > T_0 (Paris)

2.b. Pour diminuer T_0 il faut diminuer ℓ (grâce au disque métallique ajustable).

3.a. Car les frottements de l'air entraînent un amortissement des oscillations.

3.b. Sur une longue durée, les frottements liés à l'air et aux divers mécanismes de l'horloge, bien que faibles, ne sont plus négligeables. Afin de conserver une amplitude suffisante, les oscillations sont entretenues par un transfert d'énergie potentielle de pesanteur issue du contrepoids.

Exercice 22 page 210

1.a. Pour un pendule simple : $T_0 = 2\pi\sqrt{\ell/g}$; Pour un pendule élastique : $T_0 = 2\pi\sqrt{m/k}$

=> la période d'un pendule simple est indépendante de sa masse et ne sera pas modifiée

=> la période d'un pendule élastique sera multipliée par $\sqrt{2}$ donc les oscillations seront plus lentes.

1.b. Pour le pendule élastique, la période est indépendante de g .

Pour le pendule simple, la période propre sera multipliée par $\sqrt{2}$.

2.a. La période des oscillations d'un pendule simple dépend de la valeur de l'intensité de la pesanteur, mais ne dépend pas de sa masse. Inversement pour un pendule élastique, la période des oscillations dépend de sa masse mais pas de l'intensité de la pesanteur.

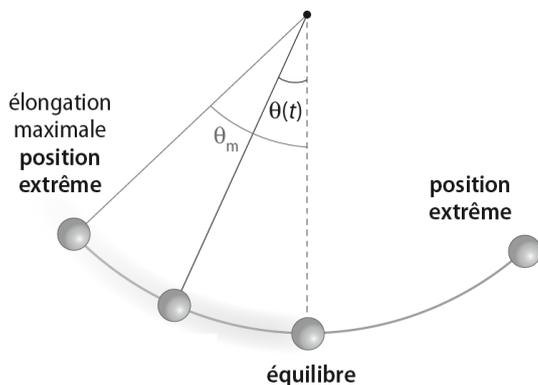
2.b. Un pendule élastique (sa période est indépendante de g).

3.a. Période d'un pendule simple : $T_0 = 2\pi\sqrt{\ell/g} \Rightarrow g = \ell \cdot (2\pi/T_0)^2$ AN: $g = 50,0 \cdot 10^{-2} \cdot (2\pi/2,30)^2 = 3,73 \text{ m.s}^{-2}$

3.b. Calculons la période des oscillations à Paris : $T_0 = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ AN: $T_0 = 2\pi\sqrt{(50,0 \cdot 10^{-2})/9,81} = 1,42 \text{ s}$
soit $46,0/1,42 = 32,4$ oscillations à Paris.

Exercice 27 page 211

1.a.



1.b. En position d'équilibre, le pendule dispose d'une énergie cinétique maximale et d'une énergie potentielle de pesanteur minimale.

Dans une position extrême, son énergie cinétique est nulle alors que son énergie potentielle de pesanteur est maximale.

Attention erreur de l'énoncé :

Il faut inverser les mesures des groupes 1 et 2

2.a. Dans le cas d'un chronométrage sur dix oscillations : $\Delta t = 10T_0 = 12,4 \text{ s}$

L'incertitude étant égale à 0,1s, alors : $10T_0 = 12,4 \text{ s} \pm 0,1 \text{ s}$, soit $T_0 = 1,24 \text{ s} \pm 0,01 \text{ s}$

=> Incertitude sur le chronométrage de dix oscillations est inférieure à celle sur le chronométrage d'une seule

=> Le fait de mesurer la durée de plusieurs oscillations améliore la précision de la mesure.

2.b. Il ne faut pas prendre un nombre trop grand d'oscillations. En effet, l'amplitude des oscillations diminue au cours du temps à cause de l'amortissement dû aux frottements. Lorsqu'elle devient faible, le repérage des oscillations et la mesure des périodes deviennent plus imprécises.

3.a. La meilleure valeur à retenir est la valeur moyenne, soit :

$$T_0 = 12,45/10 = 1,245 \text{ s pour la première série} ; \quad T_0 = 12,53/10 = 1,253 \text{ s pour la seconde série}$$

3.b. On utilise la calculatrice (voir AP « mesures et incertitudes, §2.b » si nécessaire) :

$$\text{Première série : } \sigma = 8,78 \cdot 10^{-3} \text{ s} ; \quad \text{Seconde série : } \sigma = 5,72 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

3.c. Pour un intervalle de confiance de 95% : $\Delta T_0 = 2\sigma$ (voir AP « mesures et incertitudes, §2.b » si nécessaire)

$$\text{Pour la première série : } \Delta T_0 = 8,78 \cdot 10^{-3} \times 2 = 1,76 \cdot 10^{-2} \text{ s} \Rightarrow \Delta T_0/T_0 = 1,76 \cdot 10^{-2}/1,245 = 1,41 \cdot 10^{-2} (1,41\%)$$

$$\text{Pour la seconde série : } \Delta T_0 = 5,72 \cdot 10^{-3} \times 2 = 1,14 \cdot 10^{-2} \text{ s} \Rightarrow \Delta T_0/T_0 = 1,14 \cdot 10^{-2}/1,253 = 9,10 \cdot 10^{-3} (0,910\%)$$

4. Il est préférable de déclencher le chronomètre à l'instant où le pendule passe par position d'équilibre et de mesurer plusieurs oscillations.

Exercice 14 page 226

1. Pour la personne présente sur le quai, la durée de la mesure au télémètre est plus longue car le trajet effectué par la lumière est plus important.
2. La durée de la mesure est :
 - la durée propre pour la personne présente dans le train (car c'est dans ce référentiel que l'émission et la réception de la lumière LASER se font au même endroit)
 - la durée mesurée « impropre » pour la personne présente sur le quai
3. La relation entre ces deux durées dépend de la vitesse de déplacement du train.

Exercice 16 page 226

1. Pour un observateur resté sur Terre, la durée du voyage serait : $\Delta t_{\text{imp}} = 4,2 / 0,8 = 5,25$ années (il s'agit de la durée impropre du voyage car le départ et l'arrivée n'ont pas lieu au même endroit dans le référentiel terrestre).
- 2.a. Il s'agit de la durée dans le référentiel propre : $\Delta t_p = \Delta t_{\text{imp}} / \gamma$ AN: $\Delta t_p = 3,4 / (1/\sqrt{1 - 0,80^2}) = 3,1$ années
- 2.b. Il faut que $\gamma = 2$, soit : $1/\sqrt{1 - v^2/c^2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1 - v^2/c^2} = 0,5 \Leftrightarrow 1 - v^2/c^2 = 0,25 \Leftrightarrow v^2/c^2 = 0,75 \Leftrightarrow v = 0,87 c$

Exercice 17 page 226

1. décalage = $\Delta t_{\text{impropre}} - \Delta t_{\text{propre}} = (\gamma - 1) \Delta t_{\text{propre}}$ AN: décalage = $(1/\sqrt{1 - ((260/3,6)/3.10^8)^2} - 1) = 0$
2. L'effet relativiste n'est pas perceptible à cette vitesse.

Exercice 18 page 227

Etant donnée sa précision, cette horloge atomique peut détecter une différence entre $\Delta t_{\text{impropre}}$ et Δt_{propre} si :

$$\Delta t_{\text{impropre}} - \Delta t_{\text{propre}} > 10^{-9} \text{ s}$$

Exemple :

Si $\Delta t_{\text{propre}} = 1,000000000 \text{ s}$ alors $\Delta t_{\text{impropre}} = 1,000000001 \text{ s}$

Sachant que $\Delta t_{\text{impropre}} = \gamma \cdot \Delta t_{\text{propre}}$ alors dans ce cas : $\gamma = 1,000000001 / 1,000000000 = 1,000000001$

On en déduit la condition sur v pour que la différence de durée soit détectable :

$$\gamma = 1/(1 - (v/c)^2)^{1/2} \Rightarrow v = c \cdot (1 - 1/\gamma^2)^{1/2} \quad \text{AN: } v = 3,00.10^8 \cdot (1 - 1/1,000000001^2)^{1/2} = 1,34.10^4 \text{ m.s}^{-1}$$

Conclusion : pour qu'une telle horloge puisse détecter une différence entre $\Delta t_{\text{impropre}}$ et Δt_{propre} il faut que la vitesse de déplacement soit au moins égale à $13,4 \text{ km.s}^{-1}$.

Exercice 20 page 227

- 1.a. Dans ce cas, γ devient très grand (tend vers « l'infini »).
- 1.b. Cela signifie que la durée entre deux événements mesurés dans le référentiel impropre se dilate considérablement lorsque v augmente.
- 2.a. Sachant que $\gamma = \Delta t_{\text{impropre}} / \Delta t_{\text{propre}}$ alors pour dilater le temps par deux il faut $\gamma = 2$.
- 2.b. Lecture graphique : si $\gamma = 2$ alors $v/c = 0,87$ soit $v = 0,87c$

Exercice 24 page 226

1. $\gamma = 1/\sqrt{1 - ((1000/3,6)/3.10^8)^2} = 1,0000000000004$
2. La dilatation du temps est notable dans les conditions de l'expérience pour des horloges précises à 10^{-13} seconde, donc les horloges atomiques ont pu effectivement la déceler.

Exercice 25 page 228

- 1.a. Le référentiel propre est celui de la fusée donc $\Delta t_p = 1,0s$
- 1.b. Δt_m est la durée impropre qui sépare deux signaux lumineux vus de la Terre.
- 2.a. Oui car la fusée est un référentiel galiléen (en mouvement rectiligne uniforme par rapport à la Terre).
- 2.b. On calcule la durée impropre : $\Delta t_m = 1/(1 - (v/c)^2)^{1/2} \cdot \Delta t_{propre}$
AN: $\Delta t_m = 1/(1 - (250000 \cdot 10^3 / 3,00 \cdot 10^8)^2)^{1/2} \times 1,0 = 1,8s$

Exercice 26 page 228

- 1.a. Dans le référentiel propre d'un muon, la distance parcourue par la particule avant désintégration est de :
 $D_p = v \cdot \Delta t_p$ AN: $D_p = 0,9997 \cdot 3,00 \cdot 10^8 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^2$ m
- 2.a. $\gamma = 1/(1 - (v/c)^2)^{1/2}$ AN: $v = 0,9997 \cdot c \Rightarrow \gamma = 1/(1 - 0,9997^2)^{1/2} = 40,83$
- 2.b. $\Delta t_{imp} = \gamma \cdot \Delta t_p$ AN: $\Delta t_{imp} = 40,83 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} = 9,0 \cdot 10^{-5}$ s
- 2.c. Dans le référentiel terrestre impropre, la distance parcourue par la particule avant désintégration est de :
 $D_{imp} = v \cdot \Delta t_{imp}$ AN: $D_{imp} = 0,9997 \cdot 3,00 \cdot 10^8 \cdot 9,0 \cdot 10^{-5} = 2,7 \cdot 10^4$ m
- Sachant que les muons ont été créés à une altitude de 20km inférieure à D_{imp} , alors ils peuvent être détectés au niveau du sol.

Exercice 28 page 229

1. Dans le référentiel propre d'un méson, la distance parcourue par la particule avant désintégration est de :
 $D_p = v \cdot \Delta t_p$ AN: $D_p = 0,999999 \cdot 3,00 \cdot 10^8 \cdot 2,6 \cdot 10^{-8} = 7,8$ m
2. Le référentiel du laboratoire est impropre donc : $D_{lab} = v \cdot \Delta t_{lab}$ avec $\Delta t_{lab} = \gamma \cdot \Delta t_p$
AN: $D_{lab} = 0,999999 \cdot 3,00 \cdot 10^8 \cdot (1/(1 - 0,999999^2)^{1/2}) \cdot 2,6 \cdot 10^{-8} = 5,5 \cdot 10^3$ m

Exercice 29 page 229

On cherche à déterminer la durée écoulée entre le départ du vaisseau de la Terre et le moment où le missile explose.

- a. Pour le missile qui constitue le référentiel propre :

$$\Delta t_{missile} = (\Delta t \text{ trajet})_{propre} + (\Delta t \text{ détonateur})_{propre}$$

AN: $\Delta t_{missile} = 30,0 + 5,50 = 35,5$ min

- b. Pour le pilote qui se trouve dans le référentiel propre jusqu'au lancé du missile :

$$\Delta t_{pilote} = (\Delta t \text{ trajet})_{propre} + (\Delta t \text{ détonateur})_{impropre}$$

$$= (\Delta t \text{ trajet})_{propre} + \gamma_{f/m} \cdot (\Delta t \text{ détonateur})_{propre}$$

avec $\gamma_{f/m} = 1/(1 - (v_{missile/fusée}/c)^2)^{1/2}$: coefficient de dilatation entre la durée (impropre) mesurée dans le référentiel de la fusée et celle (propre) mesurée dans le référentiel du missile

AN: $\Delta t_{pilote} = 30,0 + 1/(1 - 0,60^2)^{1/2} \cdot 5,50 = 36,8$ min

- c. Pour le centre spatial terrestre qui se trouve dans un référentiel impropre jusqu'à l'explosion du missile :

$$\Delta t_{centre} = (\Delta t \text{ trajet})_{impropre} + (\Delta t \text{ détonateur})_{impropre}$$

$$= \gamma_{c/f} \cdot (\Delta t \text{ trajet})_{propre} + \gamma_{c/m} \cdot (\Delta t \text{ détonateur})_{propre}$$

avec $\gamma_{c/f} = 1/(1 - (v_{fusée/terre}/c)^2)^{1/2}$: coefficient de dilatation entre la durée (impropre) mesurée dans le référentiel du centre terrestre et celle (propre) mesurée dans le référentiel de la fusée avant lancement du missile

avec $\gamma_{c/m} = 1/(1 - (v_{missile/terre}/c)^2)^{1/2}$: coefficient de dilatation entre la durée (impropre) mesurée dans le référentiel du centre terrestre et celle (propre) mesurée dans le référentiel du missile

AN: $\Delta t_{centre} = 1/(1 - 0,20^2)^{1/2} \cdot 30,0 + 1/(1 - 0,80^2)^{1/2} \cdot 5,50 = 39,8$ min