

b. Le point énergétique indique :  $E_c(n) = nqU$

soit  $\frac{1}{2}mv_n^2 = nqU$       soit  $v_n = \sqrt{\frac{2nqU}{m}}$

Si on veut que  $v_n = 0,1c$ , on doit avoir  $\sqrt{\frac{2nqU}{m}} = 0,1c$ .

Soit  $n = \frac{0,01c^2m}{2qU} \frac{0,01 \times (2,998 \times 10^8)^2 \times 1,67 \times 10^{-27}}{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 24}$

$n = 2,0 \times 10^5$  condensateurs

c.  $L_n = \frac{\frac{T}{2} \sqrt{\frac{qU}{2m}}}{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}$

Application numérique :

$\frac{T}{2} \sqrt{\frac{qU}{2m}} = 8,0 \times 10^{-7} \times \sqrt{\frac{1,60 \times 10^{-19} \times 24}{2 \times 1,67 \times 10^{-27}}}$   
 $= 2,7 \times 10^{-2} \text{ m} = L_1$

<b>n</b>	2	3	4	5
<b>1</b>				
$\frac{1}{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}$	2,4	3,1	3,7	4,2
<b><math>L_n</math> (en cm)</b>	6,5	8,5	10	11

**Bilan**

- Le fait de disposer d'une succession de condensateurs permet d'augmenter fortement l'énergie cinétique ( $E_c(n) = nqU$ ) en manipulant des tensions « faibles ». On obtient alors le même résultat énergétique qu'un seul condensateur avec une tension  $nU$ .
- Si un proton suit le premier proton avec deux condensateurs plans d'écart, il se trouve lui-aussi dans une situation où il est sans arrêt accéléré par le dispositif. L'accélérateur linéaire permet d'accélérer des flux de particules « en continu ».
- Si on veut fortement augmenter l'énergie de la particule, même en augmentant fortement la tension  $U$ , on sera obligé de faire des successions de condensateurs plans qui seront de plus en plus grands. Les condensateurs seront donc nécessairement très grands en « bout » d'accélérateur. L'accélérateur linéaire ne pourra donc pas être compact.

**Exercices**

Exercices 1 à 17 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

Exercices 18 à 20 corrigés dans le manuel de l'élève.

**21** a. Lorsque  $x = L$ , cela correspond à l'instant (que nous noterons  $t_1$ ) :  $L = v_0 \cos(\alpha) t_1$  soit  $t_1 = \frac{L}{v_0 \cos(\alpha)}$ .

L'ordonnée correspondante est donc :

$y(t_1) = -\frac{1}{2}gt_1^2 + v_0 \sin(\alpha) t_1$

Soit, en remplaçant  $t_1$  par son expression, on obtient :

$y(t_1) = -\frac{1}{2}g \frac{L^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + L \tan(\alpha)$

Si à cet instant  $y(t_1) < -H$ , cela impliquera que le système est arrivé en  $y = -H$  avant d'atteindre l'abscisse  $x = L$  et le crash aura donc eu lieu au fond du canyon. Faisons l'application numérique :

$v_0 = 150 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 41,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$y(t_1) = -\frac{1}{2} \times 9,81 \times \frac{(1,25 \times 10^3)^2}{41,7^2 \times \cos^2(30,0^\circ)} + 1,25 \times 10^3 \times \tan(30,0^\circ)$

$y(t_1) = -5,15 \times 10^3 \text{ m}$

Or  $H = 1,70 \times 10^3 \text{ m}$ . Le crash a donc bien lieu au fond du canyon.

b. Le crash ayant lieu au fond du canyon, cela implique qu'il a lieu à l'instant (noté  $t_2$ ) où  $y(t_2) = -H$ .

$-H = -\frac{1}{2}gt_2^2 + v_0 \sin(\alpha) t_2$  soit  $0 = -\frac{1}{2}gt_2^2 + v_0 \sin(\alpha) t_2 + H$

On doit résoudre un trinôme dont le discriminant est

$\Delta = b^2 - 4ac$  :  $\Delta = (v_0 \sin(\alpha))^2 + 2gH$

Ce discriminant est positif, il existe deux solutions.

Nous ne nous intéressons qu'à la solution positive (la seconde solution n'ayant pas de sens physique) :

$t_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$       soit  $t_2 = \frac{v_0 \sin(\alpha) + \sqrt{(v_0 \sin(\alpha))^2 + 2gH}}{g}$

Application numérique :

$T_2 = \frac{41,7 \times \sin(30,0^\circ) + \sqrt{(41,7 \times \sin(30,0^\circ))^2 + 2 \times 9,81 \times 1,70 \times 10^3}}{9,81}$

$T_2 = 20,9 \text{ s}$

À cet instant, l'abscisse est :

$x_c = v_0 \cos(\alpha) t_2 = 41,7 \times \cos(30,0^\circ) \times 20,9 = 755 \text{ m}$

On remarque que  $x_c$  est inférieur à  $L$ , ce qui confirme le fait que le crash se fait au fond du canyon.

Les coordonnées du crash sont donc :

$x_c = 755 \text{ m}$  et  $y_c = 1,70 \times 10^3 \text{ m}$

Exercice 22 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

**23** 1. La norme du champ  $\vec{E}$  est :

$E = \frac{|U|}{L} = \frac{300}{1,5 \times 10^{-2}} = 2,0 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

2. a. La norme de la force électrique est :

$F = |q|E = 3,20 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^4 = 6,4 \times 10^{-15} \text{ N}$

$\vec{F} = q\vec{E}$ . Comme  $q < 0$ , alors  $\vec{F}$  a le sens opposé et la même direction que  $\vec{E}$ .

3. a.  $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$

$q$  est négative, mais  $\vec{i}$  est dans le sens de  $\vec{F}$ .

$\vec{a} = \frac{q}{mL} U \vec{i}$       En norme :  $a = \frac{qU}{mL}$

$a = \frac{3,20 \times 10^{-19} \times 300}{1,60 \times 10^{-25} \times 1,5 \times 10^{-2}} = 4,0 \times 10^{10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

b.  $v_x(t) = \frac{qU}{mL} t$  et  $x(t) = \frac{1}{2} \frac{qU}{mL} t^2$

c. Notons  $t = t_1$  l'instant où le proton se trouve à  $x(t_1) = L$ .

Soit  $v_x(t_1) = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3,20 \times 10^{-19} \times 300}{1,60 \times 10^{-25}}}$

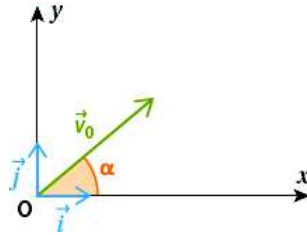
$v_x(t_1) = 3,5 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

24 a. Dans le triangle rectangle :

$$\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0} \text{ et } \sin(\alpha) = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

On en déduit :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$



b. À l'instant initial (point

O) :  $E_{pp}(O) = mg y_0 = 0$  puisqu'à l'instant initial, le système se trouve au niveau de l'origine.

$$E_c(O) = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \times 4,50 \times 4,80^2 = 51,8 \text{ J}$$

Ainsi :  $E_m(O) = E_{pp}(O) + E_c(O) = 51,8 \text{ J}$

c. L'énergie mécanique du système est conservée pendant tout le vol du système car le système n'est soumis qu'au poids qui est une force conservative.

d. En un point quelconque de la trajectoire, cette conservation s'écrit :  $E_m(O) = E_m(M)$

$$\text{soit } \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + E_{pp} = m g y$$

En simplifiant les  $m$  de chaque côté de l'égalité, on

obtient la vitesse à l'altitude  $y$  :  $v = \sqrt{v_0^2 - 2gy}$

Pour  $y = 0,15 \text{ m}$ , on obtient :

$$v = \sqrt{4,8^2 - 2 \times 9,81 \times 0,15} = 4,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

25 Le référentiel d'étude est considéré comme galiléen. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{P}$ .

Comme  $\vec{P} = m\vec{g}$ , soit  $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$ , le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  et que  $\vec{a} = \vec{g}$ , on a en projection

$$\text{sur les axes : } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ( $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ ), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$ , on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en

$$\text{déduit : } \begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha) t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) t \end{cases}$$

Exercice 26 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

27 a. La position à tout instant :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha) t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) t \end{cases}$$

On peut isoler la variable  $t$  et trouver l'équation du

$$\text{mouvement : } t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$$

Ainsi, en remplaçant  $t$  dans l'expression de  $y$ , on

$$\text{obtient : } y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \tan(\alpha)$$

b. La portée du tir correspond à  $y = 0$ .

$$\text{Soit } 0 = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \tan(\alpha)$$

$$\text{En factorisant par } x : 0 = x \left( -\frac{1}{2} g \frac{x}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) \right)$$

Il existe deux solutions à cette égalité :

- la solution  $x = 0$  qui correspond à l'origine (la position initiale du système) ;

- la solution de  $-\frac{1}{2} g \frac{x_p}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) = 0$  qui correspond à la portée du tir.

$$\text{Ainsi, } x_p = \frac{2v_0^2 \cos^2(\alpha) \tan(\alpha)}{g}$$

Comme  $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ , en simplifiant par  $\cos(\alpha)$  :

$$x_p = \frac{2v_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g}$$

Application numérique :

$$x_p = \frac{2 \times 4,8^2 \times \cos(40^\circ) \sin(40^\circ)}{9,81} = 2,3 \text{ m}$$

28 a. Les coordonnées de la position initiale ( $t = 0$ )

$$\text{sont : } \begin{cases} x_0 = 0 \text{ m} \\ y_0 = 2,5 \text{ m} \end{cases}$$

b. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où  $y$  est maximum) est  $t_s = 1,4 \text{ s}$ . À cet instant, la hauteur atteinte (l'ordonnée  $y$ ) est  $h = y_s = 11,75 \text{ m}$ .

c. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où  $y$  devient nulle) est  $t_f = 2,95 \text{ s}$ . À cet instant, la distance parcourue (l'abscisse  $x$ ) est  $L = x_f = 17,25 \text{ m}$

29 a. Les coordonnées de la vitesse initiale ( $t = 0$ )

$$\text{sont : } \begin{cases} v_{0x} = 6,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ v_{0y} = 10,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{cases}$$

b. La norme  $v_0$  est :

$$\begin{aligned} v_0 &= \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \\ v_0 &= \sqrt{6,5^2 + 10,0^2} \\ v_0 &= 11,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Comme  $\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$ , on en déduit que  $\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0}$ .

$$\alpha = \arccos\left(\frac{v_{0x}}{v_0}\right) = \arccos\left(\frac{6,5}{11,9}\right) = 57^\circ$$

c. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où  $v_y$  devient nulle) est  $t_s = 1,0 \text{ s}$ . À cet instant, la norme de la vitesse correspond à  $v_x$  qui est lui-même constant tout au long du mouvement :

$$v(t_s) = v_{0x} = 6,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

30 a. Le référentiel est supposé galiléen. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{P}$ . Comme  $\vec{P} = m\vec{g}$ , cela donne  $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$  : le mouvement du système est uniformément accéléré.

$$\text{b. } \begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = v_0 \end{cases}$$

$$\vec{a} = \vec{g}, \text{ on a en projection sur les axes : } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ( $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ ), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = -gt + v_0 \end{cases}$$

Sachant que  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$ , on a donc :  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 0 \\ \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit :

$$\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t \end{cases}$$

c. Le système atteint le sommet lorsque  $v_y$  devient nulle :  $v_y(t_s) = -gt_s + v_0 = 0$  soit  $t_s = \frac{v_0}{g}$ .

L'altitude du sommet est donc :  $y(t_s) = -\frac{1}{2}gt_s^2 + v_0t_s$

soit, en remplaçant :  $y(t_s) = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$

Application numérique avec  $v_0 = 97 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 27 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  :

$$y(t_s) = \frac{1}{2} \times \frac{27^2}{9,81} = 37 \text{ m}$$

Un oiseau qui passe à une altitude de 100 m n'a donc rien à craindre.

d. Le carreau retombe au sol lorsque son ordonnée devient nulle ( $y = 0$ ) :  $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t = 0$

En factorisant par  $t$  :  $t(-\frac{1}{2}gt + v_0) = 0$

Deux solutions :

- $t = 0$  : c'est l'origine ;
- $-\frac{1}{2}gt + v_0 = 0$  : c'est l'instant où le carreau retombe au sol.

$$\text{Ainsi, } t_r = \frac{2v_0}{g} = \frac{2 \times 27}{9,81} = 5,5 \text{ s.}$$

Exercice 31 corrigé à la fin du manuel de l'élève.

32 Sur la Lune, la mise en équations est la même, mais  $g$  est remplacée par  $g_L$  :

$$t_{\text{chute}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{et} \quad v_{\text{sol}} = \sqrt{2hg}$$

Ainsi :

	Sur la Terre	Sur la Lune
$h = 1,90 \text{ m}$	$t_{\text{chute}} = 0,622 \text{ s}$ $v_{\text{sol}} = 6,11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	$t_{\text{chute}} = 1,53 \text{ s}$ $v_{\text{sol}} = 2,48 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
$h = 16,0 \text{ m}$	$t_{\text{chute}} = 1,81 \text{ s}$ $v_{\text{sol}} = 17,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	$t_{\text{chute}} = 4,44 \text{ s}$ $v_{\text{sol}} = 7,20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

33 a La deuxième loi de Newton dit :  $m\vec{a} = \vec{P}$

Ainsi, l'unité de la force (le newton N) est égale à l'unité de la masse multipliée par l'unité de l'accélération :  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

b.  $P = mg$  indique que  $g$  s'exprime en  $\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$ .

$m\vec{a} = \vec{P}$  implique  $\vec{a} = \vec{g}$  :  $g$  s'exprime aussi en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

c. L'instant d'arrivée au sommet de la trajectoire s'écrit  $t_s = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ . Le terme de gauche  $t_s$  s'exprime

en secondes (s). Le terme de droite  $\frac{v_0 \sin \alpha}{g}$  s'exprime

en  $\frac{\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \times 1}{\text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = \text{s}$ . Les deux termes ont la même unité, l'égalité est homogène.

d. La trajectoire du projectile a pour équation :

$$y(x) = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)x$$

$y$  s'exprime en m. Le terme  $-\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)}$  s'exprime

en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \times \frac{\text{m}^2}{(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 \times 1} = \frac{\text{m}^3\cdot\text{s}^{-2}}{\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}} = \text{m}$ . Le deuxième

terme  $\tan(\alpha)x$  s'exprime en  $1 \times \text{m} = \text{m}$ .

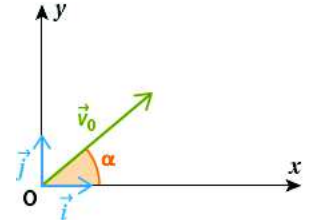
Tous les termes de l'égalité s'expriment dans la même unité. L'équation est homogène.

Exercices 34 et 35 corrigés à la fin du manuel de l'élève.

36 a. Dans le triangle rectangle :

$$\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0} \quad \text{et} \quad \sin(\alpha) = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

On en déduit :  $\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$



b. Le système étant soumis

uniquement à son poids, la

deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{P}$ .

Comme  $\vec{P} = m\vec{g}$ , ainsi  $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$  : le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  et que  $\vec{a} = \vec{g}$ , on a en projection

$$\text{sur les axes : } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les

conditions initiales ( $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ ), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$ , on a donc :  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les

conditions initiales (le système est à l'origine).

On en déduit :  $\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t \end{cases}$

c. Lorsque  $y = 0$ , cela correspond au moment où le système décolle (à  $t = 0$ ), puis au moment de la

réception du saut (à  $t = t_1$ ). Ainsi,  $0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t$ .

En factorisant par  $t$  :  $0 = t(-\frac{1}{2}gt + v_0 \sin(\alpha))$

Cette équation est vraie :

- si  $t = 0$  ;
- si  $-\frac{1}{2}gt_1 + v_0 \sin(\alpha) = 0$  soit  $t_1 = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g}$ .

d. La portée du saut correspond à l'abscisse de ce

point, soit  $x(t_1)$  :  $x(t_1) = v_0 \cos(\alpha)t_1$

En remplaçant et en simplifiant :  $x(t_1) = \frac{2v_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g}$

e. À partir de la précédente relation, on obtient :

$$v_0 = \sqrt{\frac{x(t_1)g}{2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}}$$

Application numérique :

$$v_0 = \sqrt{\frac{15 \times 9,81}{2 \times \cos(45^\circ) \times \sin(45^\circ)}} = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 43 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

**37** Faisons l'hypothèse d'une chute sans vitesse initiale. Déterminons l'altitude maximale  $h_{\max}$  correspondant à l'absorption maximale du choc, c'est-à-dire correspondant à une énergie cinétique égale à 0,50 J. La conservation de l'énergie mécanique implique :

$$E_m(I) = E_m(F)$$

$$E_c(I) + E_{pp}(I) = E_c(F) + E_{pp}(F)$$

Comme la vitesse initiale est nulle,  $E_c(I) = 0$ . En prenant comme origine des altitudes le sol,  $E_{pp}(F) = 0$ . On obtient :

$$E_{pp}(I) = E_c(F) \quad \text{soit} \quad mgh_{\max} = E_c(F)$$

$$\text{soit} \quad h_{\max} = \frac{E_c(F)}{mg} = \frac{0,50}{0,188 \times 9,81} = 0,27 \text{ m} = 27 \text{ cm.}$$

**38** a. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{P}$ .

Comme  $\vec{P} = m\vec{g}$ , ainsi  $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$  : le mouvement du système est uniformément accéléré.

Comme la vitesse est nulle à l'instant initial, le vecteur vitesse  $\vec{v}$  aura la même direction que le vecteur accélération  $\vec{a}$ , à tout moment de la chute. Le mouvement sera donc rectiligne uniquement selon (Oy) (mouvement unidirectionnel). Ainsi,  $\frac{dv_y}{dt} = -g$ .

En cherchant la primitive et en utilisant les conditions initiales ( $\vec{v}(0) = \vec{0}$ ), on en déduit :

$$v_y(t) = -gt$$

Sachant que  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$ , on a donc  $\frac{dy}{dt} = -gt$ .

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit :

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2$$

b. L'instant  $t_1$  correspondant à la fin de sa chute :

$$y(t_1) = -7\,620 + 76 = -7\,544 \text{ m}$$

$$y(t_1) = -\frac{1}{2}gt_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{-\frac{2y(t_1)}{g}} = \sqrt{-\frac{2 \times (-7\,544)}{9,81}} = 39,2 \text{ s}$$

La norme de la vitesse du système à ce moment-là est :

$$v(t_1) = |-gt_1| = |-9,81 \times 39,2| = 385 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c. Le système ne subit que son poids, son énergie mécanique est conservée :

$$E_{mi} = E_{mf}$$

$$E_{ppi} + E_{ci} = E_{ppf} + E_{cf}$$

L'origine du repère est prise au point de départ ( $y = 0$ ). Ainsi, l'énergie potentielle de pesanteur est nulle au point de départ ( $E_{ppi} = 0$ ).

À l'instant initial, la vitesse du système est nulle, son énergie cinétique sera donc nulle aussi ( $E_{ci} = 0$ ).

$$\text{On obtient donc :} \quad 0 = E_{ppf} + E_{cf}$$

$$\text{soit} \quad -E_{ppf} = E_{cf} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{2}mv^2 = -mgy_f = -mgy(t_1)$$

$$\text{Soit} \quad v = \sqrt{-2gy(t_1)} = \sqrt{-2 \times 9,81 \times (-7\,544)} = 385 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

On retrouve le résultat précédent.

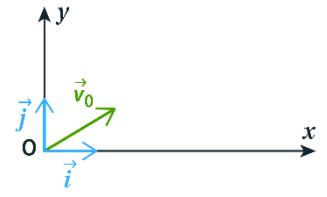
d.  $t_1 = 39,2 \text{ s}$  est très inférieur à  $\Delta t = 120 \text{ s}$ . De plus, la vitesse calculée ( $v = 385 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) est très supérieure à la vitesse mesurée ( $53,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ). L'hypothèse erronée utilisée est le fait que le système ne subisse que son poids. À partir d'une certaine vitesse, les forces de frottement de l'air ne sont en effet plus négligeables.

**39** a. Dans le triangle rectangle :

$$\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0} \quad \text{et} \quad \sin(\alpha) = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

On en déduit :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$



b. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{P}$ .

Comme  $\vec{P} = m\vec{g}$ , ainsi  $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$  : le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  et que  $\vec{a} = \vec{g}$ , on a en projection

$$\text{sur les axes :} \quad \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ( $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ ), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$ , on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en

$$\text{déduit :} \quad \begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t \end{cases}$$

c. Les coordonnées du système au moment de

$$\text{l'atterrissage sont :} \quad \begin{cases} x_f = 85,0 \text{ m} \\ y_f = 2,00 \text{ m} \end{cases}$$

d. On peut isoler la variable  $t$  et trouver l'équation du mouvement :

$$t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$$

Ainsi, en remplaçant dans l'expression de  $y$  :

$$y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \tan(\alpha)$$

La norme de la vitesse initiale  $v_0$  :

$$y_f = -\frac{1}{2}g \frac{x_f^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x_f \tan(\alpha)$$

$$\text{soit} \quad v_0 = \sqrt{\frac{1}{2}g \frac{x_f^2}{(x_f \tan(\alpha) - y_f) \cos^2(\alpha)}}$$

Application numérique :

$$v_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \times 9,81 \times \frac{85,0^2}{(85,0 \times \tan(35,0^\circ) - 2,00) \cos^2(35,0^\circ)}}$$

$$v_0 = 30,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 109 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

**40** a. Cette affirmation est fautive. Si la particule subit une force, elle sera accélérée (elle subira une accélération non nulle). Ici, elle se trouve dans un champ électrique et elle porte une charge électrique. Elle subit donc une force ( $\vec{F} = q\vec{E}$ ).

b. Cette affirmation est fautive. L'accélération aura même sens et même direction que la force électrique  $\vec{F}$ . Or  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Ainsi, l'accélération aura le même sens et la même direction que  $\vec{E}$  seulement si la charge portée par la particule est positive.

c. Si cette particule est freinée, cela implique que l'accélération subie et donc la force subie est opposée à la vitesse initiale. Mais encore une fois,  $\vec{F} = q\vec{E}$ . La particule est freinée si  $\vec{E}$  est de sens opposé à sa vitesse initiale, uniquement si la charge portée par la particule est positive.

d. Cette affirmation est fautive. Si on utilise la deuxième loi de Newton, on obtient :  $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$   
L'accélération est inversement proportionnelle à la masse.

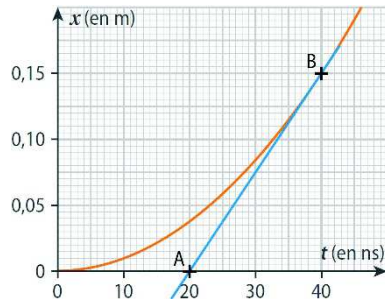
**41** a. La vitesse de l'ion est la dérivée par rapport à  $t$  de l'abscisse (le mouvement est unidirectionnel). Celle-ci correspond à la pente de la tangente au point considéré.

Si on s'intéresse à l'instant initial, on remarque sur la courbe que la tangente à la courbe est l'axe des temps. Cette droite a une pente nulle.

La vitesse à l'instant initial est donc  $v_0 = 0$ .

b. Deux possibilités s'offrent à nous pour déterminer sa vitesse en sortie du condensateur ( $x = 15 \text{ cm}$ ) :

1. Déterminer la pente à cet instant-là. Cette pente passe par deux points mesurables aisément :



$$v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{0,15 - 0}{40 \times 10^{-9} - 20 \times 10^{-9}} = 7,5 \times 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

2. Utiliser la solution littérale :  $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t$  et  $x(t) = \frac{1}{2} \frac{qU}{mL}t^2$

Comme à  $t = 40 \times 10^{-9} \text{ s}$ ,  $x = 0,15 \text{ m}$  :  $\frac{qU}{mL} = \frac{2x(t)}{t^2}$

Application numérique :

$$\frac{qU}{mL} = \frac{2 \times 0,15}{(40 \times 10^{-9})^2} = 1,9 \times 10^{14} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La vitesse à l'instant  $t = 40 \times 10^{-9} \text{ s}$  vaut :

$$v_x(t) = \frac{qU}{mL}t = 1,9 \times 10^{14} \times 40 \times 10^{-9} = 7,5 \times 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c. On en déduit la tension aux bornes du condensateur :

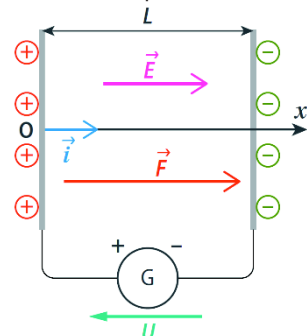
$$U = \frac{2x(t)}{t^2} \times \frac{mL}{q} = \frac{2 \times 0,15}{(40 \times 10^{-9})^2} \times \frac{4,49 \times 10^{-26} \times 0,15}{3 \times 1,60 \times 10^{-19}}$$

$$U = 2,6 \times 10^6 \text{ V} = 2,6 \text{ MV}$$

**42** a. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{F}$ . Comme  $\vec{F} = q\vec{E}$ , cela donne  $m\vec{a} = q\vec{E}$ . Ainsi,  $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$ .

$\vec{i}$  est orienté de la même manière que  $q\vec{E}$  et  $q$  est positive :  $\vec{a} = \frac{qU}{mL} \vec{i}$

b. Voir schéma ci-contre.



c. En norme :  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  Ainsi,  $\vec{a} = \frac{qU}{mL} \vec{i}$ . Il vient, en projection sur  $\vec{i}$  :

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{qU}{mL}$$

La primitive est  $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t + C_1$  avec  $C_1$  constante.

Or la vitesse initiale est nulle :  $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi,  $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t$ . Ceci s'écrit aussi  $\frac{dx}{dt} = \frac{qU}{mL}t$ .

La primitive est  $x(t) = \frac{1}{2} \frac{qU}{mL}t^2 + C_2$  avec  $C_2$  constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe :

$$x(0) = C_2 = 0. \text{ On en déduit que } x(t) = \frac{1}{2} \frac{qU}{mL}t^2.$$

$$d. v_x(t) = \frac{qU}{mL}t$$

Et la norme du champ électrique est  $E = \frac{U}{L}$ .

On a donc  $v_x(t) = \frac{qE}{m}t$  soit  $E = \frac{mv_x(t)}{qt}$ .

Application numérique :

$$E = \frac{3,44 \times 10^{-25} \times 3,0 \times 10^6}{3,20 \times 10^{-19} \times 1,0} = 3,2 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$$

e. La distance parcourue à cet instant :

$$x(t) = \frac{1}{2} \frac{qU}{mL}t^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m}t^2$$

Application numérique :

$$x(t) = \frac{3,20 \times 10^{-19} \times 3,2}{2 \times 3,44 \times 10^{-25}} \times 1,0 = 1,5 \times 10^6 \text{ m}$$

**43** a. La particule étant positive, l'armature A doit être chargée positivement (et B négativement) pour qu'il y ait accélération. On en déduit que l'armature A est reliée à la borne positive du générateur.

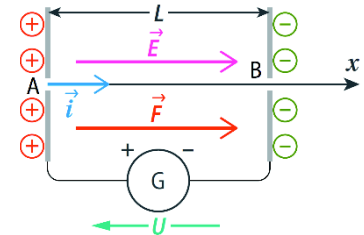
b. La norme du champ  $\vec{E}$  est :

$$E = \frac{|U|}{L} = \frac{4,0 \times 10^6}{7,62} = 5,2 \times 10^5 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$$

La force électrique a pour norme  $F = qE$ .

$$F = 1,60 \times 10^{-19} \times 5,2 \times 10^5 = 8,3 \times 10^{-14} \text{ N}$$

c. En choisissant comme échelle pour le champ électrique 1 cm correspond à  $2,5 \times 10^5 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$ , on obtient une flèche de longueur 2,1 cm pour le vecteur champ électrique.



En choisissant comme échelle pour la force 1 cm correspond à  $4 \times 10^{-14} \text{ N}$ , on obtient une flèche de longueur 2,1 cm pour le vecteur force.

d. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{F}$ .

Comme  $\vec{F} = q\vec{E}$ , cela donne  $m\vec{a} = q\vec{E}$ . Ainsi  $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$ .

$q$  est positive :  $\vec{a} = \frac{qU}{mL} \vec{i}$

En norme,  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  et  $q = e$ . Ainsi  $\vec{a} = \frac{eU}{mL} \vec{i}$ .

Il vient, en projection sur  $\vec{i}$  :  $\frac{dv_x}{dt} = \frac{eU}{mL}$

La primitive est  $v_x(t) = \frac{eU}{mL}t + C_1$  avec  $C_1$  constante.

Or la vitesse initiale est nulle :  $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi,  $v_x(t) = \frac{eU}{mL}t$ . Cela s'écrit aussi  $\frac{dx}{dt} = \frac{eU}{mL}t$ .

La primitive est  $x(t) = \frac{1}{2} \frac{eU}{mL}t^2 + C_2$  avec  $C_2$  constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe :

$x(0) = C_2 = 0$ . On en déduit que  $x(t) = \frac{1}{2} \frac{eU}{mL}t^2$ .

e. Notons  $t = t_1$ , l'instant où le proton se trouve à  $x(t_1) = L$  (en B).

Ainsi,  $x(t_1) = L = \frac{1}{2} \frac{eU}{mL}t_1^2$ . On en déduit  $t_1^2 = \frac{2mL^2}{eU}$ .

À cet instant, la vitesse du proton est :

$$v_x(t_1) = \frac{eU}{mL}t_1 = \frac{eU}{mL} \times L \sqrt{\frac{2m}{eU}}$$

$$\text{soit } v_x(t_1) = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 4,0 \times 10^6}{1,67 \times 10^{-27}}}$$

$$v_x(t_1) = 2,8 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Cette vitesse finale ne dépend pas de la distance entre les armatures.

f. À l'instant initial, la vitesse du proton est nulle.

Son énergie cinétique  $E_c(l) = \frac{1}{2}mv_0^2$  est nulle.

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$E_c(F) - E_c(l) = qU_{IF}$$

Or  $q = e$ ,  $U_{IF} = U$  et  $E_c(l) = 0$ .

On en déduit :  $E_c(F) = eU$

$$\frac{1}{2}mv_F^2 = eU \quad \text{soit } v_F = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

On retrouve l'expression obtenue précédemment.

**44** a. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{F}$ . Comme  $\vec{F} = q\vec{E}$ , cela donne  $m\vec{a} = q\vec{E}$ .

Ainsi  $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ .

$q$  est négative :  $\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}$

b. Pour que l'antiproton soit décéléré, il faut que l'accélération soit dirigée selon le sens inverse du mouvement. Comme  $\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}$ ,  $\vec{E}$  est dirigé dans le

sens inverse de  $\vec{a}$ .

Cela implique que le champ électrique doit être dirigé dans le sens du mouvement.

c. En choisissant l'orientation de  $\vec{i}$  comme correspondant à l'orientation du mouvement,  $\vec{E} = E\vec{i}$ . Ainsi,  $\vec{a} = \frac{-e}{m}E\vec{i}$ . Il vient, en projection sur  $\vec{i}$ ,  $\frac{dv_x}{dt} = -\frac{eE}{m}$ .

La primitive est  $v_x(t) = -\frac{eE}{m}t + C_1$  avec  $C_1$  constante.

Or la vitesse initiale est nulle :  $v_x(0) = C_1 = v_0$

Ainsi,  $v_x(t) = -\frac{eE}{m}t + v_0$ . Cela s'écrit aussi  $\frac{dx}{dt} = -\frac{eE}{m}t + v_0$ .

La primitive est  $x(t) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m}t^2 + v_0t + C_2$  avec  $C_2$  constante. Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe :  $x(0) = C_2 = 0$

On en déduit que  $x(t) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m}t^2 + v_0t$ .

d. L'antiproton est à l'arrêt après avoir parcouru une distance  $D = 15$  m. À ce moment-là,  $v_x(t_f) = 0$ ,

$$\text{soit } -\frac{eE}{m}t_f + v_0 = 0 \quad \text{soit } t_f = \frac{mv_0}{eE}.$$

Et à ce moment-là,  $x(t_f) = 15$  m.

$$x(t_f) = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m}t_f^2 + v_0t_f$$

Soit, en remplaçant l'expression de  $t_f$  :  $x(t_f) = \frac{1}{2} \frac{mv_0^2}{eE}$

On arrive à isoler  $E$  :  $E = \frac{1}{2} \frac{mv_0^2}{e x(t_f)}$

Application numérique :

$$E = \frac{1}{2} \times \frac{1,67 \times 10^{-27} \times (2,5 \times 10^6)^2}{1,60 \times 10^{-19} \times 15} = 2,2 \times 10^3 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$$

**45** a. La norme de  $E$  est  $E = \frac{U}{L}$ .

La tension à appliquer correspond à  $U = EL$ .

Application numérique :

$$U = 1\,000 \times 10^3 \times 2,0 \times 10^{-2} = 2,0 \times 10^4 \text{ V}$$

b. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen.

Le système étant soumis uniquement à la force

électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{F}$ .

Comme  $\vec{F} = q\vec{E}$ , cela donne  $m\vec{a} = q\vec{E}$ . Ainsi,  $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ .

$q$  est négative :  $\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}$  en choisissant l'orientation

de  $\vec{i}$  comme correspondant à l'orientation de  $q\vec{E}$ .

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}$  et  $q = -e$ . Ainsi,  $\vec{a} = \frac{eU}{mL}\vec{i}$  (ce qui implique

que  $\vec{E} = -E\vec{i}$ ). Il vient, en projection sur  $\vec{i}$  :  $\frac{dv_x}{dt} = \frac{eE}{m}$

La primitive est  $v_x(t) = \frac{eE}{m}t + C_1$  avec  $C_1$  constante.

Or la vitesse initiale est nulle :  $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi,  $v_x(t) = \frac{eE}{m}t$ . Ceci s'écrit aussi  $\frac{dx}{dt} = \frac{eE}{m}t$ .

La primitive est  $x(t) = \frac{1}{2} \frac{eE}{m}t^2 + C_2$  avec  $C_2$  constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe :

$x(0) = C_2 = 0$ . On en déduit que  $x(t) = \frac{1}{2} \frac{eE}{m}t^2$ .

c. L'électron atteint l'armature positive, lorsque  $x(t_f) = L$  :

$$\frac{1}{2} \frac{eE}{m}t_f^2 = L \quad \text{soit } t_f = \sqrt{\frac{2mL}{eE}}$$

Application numérique :

$$t_f = \sqrt{\frac{2 \times 9,11 \times 10^{-31} \times 2,0 \times 10^{-2}}{1,60 \times 10^{-19} \times 1\,000 \times 10^3}} = 4,8 \times 10^{-10} \text{ s}$$

Cette durée n'est pas perceptible par l'œil humain. Il observera donc l'arc électrique mais ne pourra en aucun cas observer sa formation.

**46** a. À la sortie du moteur, l'énergie cinétique d'un ion xénon est  $E_c(F) = \frac{1}{2}mv_0^2$ .

Avec  $v_0 = 50 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1} = 5,0 \times 10^4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  :

$$E_c(F) = \frac{1}{2} \times 2,18 \times 10^{-25} \times (5,0 \times 10^4)^2 = 2,7 \times 10^{-16} \text{ J}$$

b. Au cours de l'accélération, le travail de la force électrique (constante) est moteur et vaut :

$$W_{IF}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{lF} = FL$$

Comme  $\vec{F} = q\vec{E}$  et que  $q$  est positif,  $W_{IF}(\vec{F}) = qEL$ .

Comme la norme du champ électrique est  $E = \frac{U}{L}$  :

$$W_{IF}(\vec{F}) = q\frac{U}{L}L = qU$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$E_c(F) - E_c(I) = W_{IF}(\vec{F}) = qU$$

Or à l'instant initial la vitesse des ions est nulle, l'énergie cinétique aussi :  $E_c(F) = qU$

$$\text{On en déduit : } U = \frac{E_c(F)}{q} = \frac{2,7 \times 10^{-16}}{1,60 \times 10^{-19}} = 1,7 \times 10^3 \text{ V}$$

$$c. I = \frac{Q}{\Delta t} \quad \text{soit } Q = I\Delta t$$

Comme la charge apportée est la charge des  $N$  ions xénon émis :  $Nq = I\Delta t$

$$\text{Soit } N = \frac{I\Delta t}{q} = \frac{3,52 \times 1}{1,60 \times 10^{-19}} = 2,20 \times 10^{19}$$

d. L'énergie cinétique de l'ensemble des ions xénon émis, en une seconde est :  $E_c = NE_c(F)$   
 $E_c = 2,20 \times 10^{19} \times 2,7 \times 10^{-16} = 5,9 \times 10^3 \text{ J}$

$$\text{La puissance du moteur sera donc : } P = \frac{E_c}{\Delta t} = \frac{NE_c(F)}{\Delta t}$$

Application numérique :

$$P = \frac{2,2 \times 10^{19} \times 2,7 \times 10^{-16}}{1} = 5,9 \times 10^3 \text{ W} = 5,9 \text{ kW}$$

**47** a. Le référentiel est supposé galiléen. Le système étant soumis à son poids et à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F}$ .

Comme  $\vec{P} = m\vec{g}$  et  $\vec{F} = q\vec{E}$ , cela donne  $m\vec{a} = m\vec{g} + q\vec{E}$ .

Comme  $\vec{g} = -g\vec{j}$  et  $\vec{E} = -E\vec{i}$ , et comme  $q = -e$  :

$$\vec{a} = \vec{g} + \frac{q}{m}\vec{E} = -g\vec{j} - \frac{e}{m}(-E\vec{i}) \quad \text{soit } \vec{a} = -g\vec{j} + \frac{eE}{m}\vec{i}$$

Sachant que  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ , on a en projection sur les axes :

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \frac{eE}{m} \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ( $\vec{v}(0) = \vec{0}$ ), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = \frac{eEt}{m} \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

Sachant que  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$ , on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{eEt}{m} \\ \frac{dy}{dt} = -gt \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en

$$\text{déduit : } \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} \frac{e}{m} Et^2 \\ y(t) = -\frac{1}{2} gt^2 \end{cases}$$

b. L'électron arrive à l'armature positive lorsque  $x(t_f) = L$ .

$$\text{À ce moment-là, } y(t_f) = d : \quad x(t_f) = \frac{1}{2} \frac{e}{m} Et_f^2 = L$$

$$\text{Comme } E = \frac{U}{L} : \quad \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{U}{L} t_f^2 = L \quad \text{soit } t_f = L \sqrt{\frac{2m}{eU}}$$

Application numérique :

$$t_f = 5,00 \times 10^{-2} \times \sqrt{\frac{2 \times 9,11 \times 10^{-31}}{1,60 \times 10^{-19} \times 5\,000}} = 2,39 \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$\text{À cet instant : } y(t_f) = -\frac{1}{2} gt_f^2 = d$$

$$d = -\frac{1}{2} g \frac{2mL^2}{eU} \quad \text{soit } d = -g \frac{mL^2}{eU}$$

Application numérique :

$$d = -9,81 \times \frac{9,11 \times 10^{-31} \times (5,00 \times 10^{-2})^2}{1,60 \times 10^{-19} \times 5\,000}$$

$$d = -2,79 \times 10^{-17} \text{ m}$$

c. À cet instant-là, on peut écrire les coordonnées du vecteur vitesse de la manière suivante :

$$\vec{v}(t_f) \begin{pmatrix} v_x(t_f) = v(t_f) \cos(\alpha) \\ v_y(t_f) = -v(t_f) \sin(\alpha) \end{pmatrix} \quad \text{comme } \begin{cases} v_x(t_f) = \frac{e}{m} Et_f \\ v_y(t_f) = -gt_f \end{cases}$$

Application numérique :

$$\begin{cases} v_x(t_f) = \frac{1,60 \times 10^{-19}}{9,11 \times 10^{-31}} \times \frac{5\,000}{5,00 \times 10^{-2}} \times 2,39 \times 10^{-9} = 4,20 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ v_y(t_f) = -9,81 \times 2,39 \times 10^{-9} = 2,34 \times 10^{-8} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{cases}$$

Calculons tout d'abord la norme de la vitesse :

$$v(t_f) = \sqrt{(v_x(t_f))^2 + (v_y(t_f))^2}$$

Application numérique :

$$v(t_f) = \sqrt{(4,20 \times 10^7)^2 + (2,34 \times 10^{-8})^2}$$

$$v(t_f) = 4,20 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Comme  $\cos(\alpha) = \frac{v_x(t_f)}{v(t_f)}$ , l'application numérique donne

$\alpha = 0,00^\circ$  avec la précision des calculs.

d. L'angle est, en tenant compte de la précision des données, inexistant. Le décalage  $d = -2,8 \times 10^{-17} \text{ m}$  est  $10^2$  fois plus petit que le noyau d'un atome.

La prise en compte du poids dans cet exemple est totalement inutile.

e. La déviation  $d = -g \frac{mL^2}{eU}$  est proportionnelle à la masse. Dans le cas du proton, cette déviation sera donc de l'ordre de :

$$d' = -2\,000 \times 2,79 \times 10^{-17} = 6 \times 10^{-14} \text{ m}$$

Cette déviation est encore 1 000 fois plus petite que la taille d'un atome.

La prise en compte du poids dans cet exemple est, une nouvelle fois, totalement inutile.

**48** Faisons l'hypothèse d'une chute sans vitesse initiale. Notons l'altitude de départ  $h$  (pour être en accord avec les notations de l'énoncé) et  $v$  la vitesse atteinte au moment du choc sur le sol.

On choisit comme origine des altitudes le sol. La conservation de l'énergie mécanique implique :

$$E_m(I) = E_m(F)$$

$$E_c(I) + E_{pp}(I) = E_c(F) + E_{pp}(F)$$

Comme la vitesse initiale est nulle,  $E_c(I) = 0$  et comme l'altitude finale de la voiture est nulle,  $E_{pp}(F) = 0$ .

$$\text{On obtient : } E_{pp}(I) = E_c(F)$$

$$\text{soit } mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{soit } h = \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}$$

Applications numériques

$$\text{À } 50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} : h = \frac{14^2}{2 \times 9,81} = 10 \text{ m}$$

$$\text{À } 70 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 19 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} : h = \frac{19^2}{2 \times 9,81} = 18 \text{ m}$$

$$\text{À } 80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 22 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} : h = \frac{22^2}{2 \times 9,81} = 25 \text{ m}$$

$$\text{À } 130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 36 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} : h = \frac{36^2}{2 \times 9,81} = 66 \text{ m}$$

En suivant les indications de l'exercice :

$$\frac{10}{3} = 3,3 \text{ m} ; \frac{18}{7} = 2,6 \text{ m} ; \frac{32}{11} = 2,9 \text{ m} ; \frac{66}{23} = 2,9 \text{ m}.$$

On peut imaginer une hauteur d'étage choisie de l'ordre de 3 m.

La comparaison entre vitesse et nombre d'étages semble convenable.

La première critique que nous pouvons faire, c'est de confondre « impact » avec une énergie d'impact.

La deuxième critique que nous pouvons faire est d'associer « impact » avec « chute du... », ce qui laisserait à penser que cet « impact » mesurerait une hauteur de chute.

Enfin, lorsque l'on écrit une égalité, les deux membres doivent avoir la même unité, ce qui n'est pas le cas ici.

Il semble que ce « VITESSE = IMPACT<sup>2</sup> » évoquerait plutôt la formule de l'énergie cinétique :  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

L'image confond l'énergie cinétique avec le terme « vitesse » et la vitesse avec le terme « impact ».

49 a. On déduit du schéma ci-contre :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de

Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{P}$ .

Comme  $\vec{P} = m\vec{g}$ , ainsi  $\vec{a} = \vec{g}_L = -g_L \vec{j}$  : le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  et que  $\vec{a} = \vec{g}_L$ , on a en projection

$$\text{sur les axes : } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g_L \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ( $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ ), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -g_L t + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$ , on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -g_L t + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en

$$\text{déduit : } \begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha) t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g_L t^2 + v_0 \sin(\alpha) t \end{cases}$$

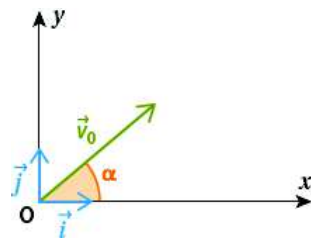
Lorsque  $y = 0$ , cela correspond au moment où le système décolle (à  $t = 0$ ) et au moment de

l'alunissage  $t = t_1$ . Ainsi,  $0 = -\frac{1}{2} g_L t^2 + v_0 \sin(\alpha) t$ .

En factorisant par  $t$  :  $0 = t \left( -\frac{1}{2} g_L t + v_0 \sin(\alpha) \right)$

Cette équation est vraie :

- si  $t = 0$  ;
- si  $-\frac{1}{2} g_L t_1 + v_0 \sin(\alpha) = 0$  soit  $t_1 = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g_L}$ .



La portée correspond à l'abscisse de ce point, soit

$$x(t_1) : x(t_1) = v_0 \cos(\alpha) t_1$$

En remplaçant dans cette expression l'expression de

$$t_1, \text{ on obtient : } x(t_1) = \frac{2v_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g_L}$$

$$\text{d'où } v_0 = \sqrt{\frac{x(t_1) g_L}{2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}}$$

Application numérique :

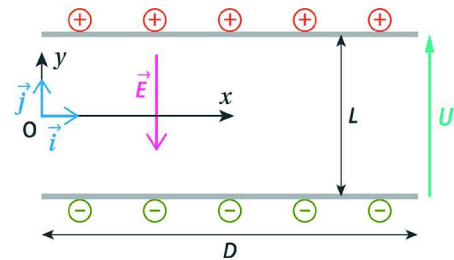
$$v_0 = \sqrt{\frac{400 \times 1,62}{2 \times \cos(45,0^\circ) \times \sin(45,0^\circ)}} = 21,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b. Sur Terre, un tel tir aurait eu une portée de :

$$x(t_1) = \frac{2v_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g} = \frac{2 \times 21,4^2 \times \cos(45,0^\circ) \times \sin(45,0^\circ)}{9,81}$$

$$x(t_1) = 46,7 \text{ m}$$

50 a.



b. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{F}$ .

Comme  $\vec{F} = q\vec{E}$ , cela donne  $m\vec{a} = q\vec{E}$ .

$q = -e$  et  $\vec{E} = -E\vec{j}$ . Ainsi,  $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E} = \frac{eE}{m} \vec{j}$  : le

mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  et que  $\vec{a} = \frac{eE}{m} \vec{j}$ , on a en projection

$$\text{sur les axes : } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = \frac{eE}{m} \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ( $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ ), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = \frac{eE}{m} t \end{cases}$$

$$\text{Sachant que } \vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t), \text{ on a donc : } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \\ \frac{dy}{dt} = \frac{eE}{m} t \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en

$$\text{déduit : } \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2 \end{cases}$$

En isolant  $t$  dans la première égalité :  $t = \frac{x}{v_0}$

On obtient l'équation de la trajectoire de l'électron :

$$y = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \left( \frac{x}{v_0} \right)^2$$

$$\text{soit, comme } E = \frac{U}{L} : y(x) = \frac{eU}{2mL} \frac{x^2}{v_0^2}$$

c. L'ordonnée de l'électron au moment de sa sortie du condensateur est  $y_s = 14 \text{ mm}$ , cela correspond à

$$x_s = D. \text{ On en déduit que } y_s = \frac{eU}{2mL} \frac{D^2}{v_0^2} \text{ soit } \frac{e}{m} = \frac{2Lv_0^2 y_s}{UD^2}$$



Application numérique :

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \times 4,0 \times 10^{-2} \times (2,50 \times 10^7)^2 \times 14 \times 10^{-3}}{400 \times (10,0 \times 10^{-2})^2}$$

$$\frac{e}{m} = 1,8 \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$$

On en déduit la masse de l'électron :  $m = \frac{e}{\frac{2Lv_0^2 y_s}{UD^2}}$

Application numérique :

$$m = \frac{1,60 \times 10^{-19}}{1,8 \times 10^{11}} = 9,2 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

La valeur retenue étant  $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ , on constate que les deux valeurs sont très proches.

**51** Au moment de la bascule, l'énergie cinétique est transférée entièrement. Ce transfert se faisant au niveau du sol (que nous prendrons comme origine des altitudes), cela implique que ce transfert se fait à un moment où les deux athlètes ont des altitudes nulles. Ainsi, c'est l'énergie mécanique dans sa totalité qui se transfère, au moment de la bascule, d'un athlète à l'autre.

L'altitude maximale s'obtient au moment où la vitesse est nulle (sommet de la trajectoire verticale). À ce moment, l'énergie du système est une énergie entièrement potentielle (de pesanteur) :

$$E_{m1} = E_{pp} \text{ (sommet 1)} = m_1 g y_1$$

De même pour l'athlète 2 :

$$E_{m2} = E_{pp} \text{ (sommet 2)} = m_2 g y_2$$

L'énergie mécanique est entièrement transférée :

$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$m_1 g y_1 = m_2 g y_2 \text{ soit } m_1 y_1 = m_2 y_2 \text{ d'où } y_2 = \frac{m_1 y_1}{m_2}$$

a. Si les deux athlètes ont la même masse :  $y_2 = y_1$   
Les deux athlètes vont à la même altitude maximale.

b. Si  $m_2 = 2m_1$ , alors  $y_2 = \frac{y_1}{2}$ . L'athlète 2 aura une altitude maximale deux fois plus faible.

c. Si  $m_2 = \frac{m_1}{2}$ , alors  $y_2 = 2y_1$ . L'athlète 2 aura une altitude maximale deux fois plus grande.

**52** a. Sur le schéma, l'ion est accéléré en étant repoussé par des charges positives (et attiré par des négatives), il porte donc une charge positive.

b. À l'instant initial, la vitesse de l'ion est nulle, son énergie cinétique aussi :  $E_c(I) = 0$

À la sortie du condensateur accélérateur, l'énergie cinétique de l'ion est :  $E_c(F) = \frac{1}{2} m v_0^2$

Au cours de l'accélération, le travail de la force électrique (constante) est moteur et vaut :

$$W_{IF}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{IF} = FL$$

Comme  $\vec{F} = q\vec{E}$  et que  $q$  est positif,  $W_{IF}(\vec{F}) = qE_{acc}L$ .

Comme la norme du champ électrique est  $E_{acc} = \frac{U_{acc}}{L}$  :

$$W_{IF}(\vec{F}) = q \frac{U_{acc}}{L} L = qU_{acc}$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$E_c(F) - E_c(I) = W_{IF}(\vec{F}) = qU_{acc}$$

Soit  $E_c(F) = qU_{acc}$  d'où  $\frac{1}{2} m v_0^2 = qU_{acc}$

$$\text{On obtient } v_0 = \sqrt{\frac{2qU_{acc}}{m}}$$

c. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{F}$ . Comme  $\vec{F} = q\vec{E}$ , cela donne  $m\vec{a} = q\vec{E}$ .

$q$  est positif et  $\vec{E} = -E\vec{j}$ . Ainsi,  $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} = -\frac{qE}{m}\vec{j}$  : le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  et que  $\vec{a} = -\frac{qE}{m}\vec{j}$ , on a en

$$\text{projection sur les axes : } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -\frac{qE}{m} \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ( $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ ), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -\frac{qE}{m}t \end{cases}$$

Sachant que  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$ , on a donc :  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{qE}{m}t \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en

$$\text{dédit : } \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 \end{cases}$$

d. En isolant  $t$  dans la première égalité :  $t = \frac{x}{v_0}$

On obtient l'équation de la trajectoire de l'électron :

$$y = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m} \left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

Soit, comme  $E = \frac{U_{dév}}{L}$  :  $y(x) = -\frac{qU_{dév}}{2mL} \frac{x^2}{v_0^2}$

On peut alors remplacer l'expression de  $v_0 = \sqrt{\frac{2qU_{acc}}{m}}$ .

$$\text{On obtient : } y(x) = -\frac{qU_{dév}}{2mL} \frac{m}{2qU_{acc}} x^2$$

$$\text{En simplifiant : } y(x) = -\frac{U_{dév}}{4L'U_{acc}} x^2$$

Lorsque  $x = D$ , en sortie du condensateur déviateur,  $y(D) = -\frac{U_{dév}}{4L'U_{acc}} D^2$ . D'où la déviation :  $d = \frac{U_{dév}}{4L'U_{acc}} D^2$

Cette déviation dépend des dimensions du condensateur déviateur, et des deux tensions utilisées. Cette déviation ne dépend pas de la masse de l'ion (ni de sa charge).

En mesurant cette déviation, on ne peut accéder aux grandeurs caractéristiques de l'ion.

Exercice **53** corrigé à l'adresse [hatier-clic.fr/pct368](http://hatier-clic.fr/pct368)

**54** 1. Le proton subit la force électrique :  $\vec{F} = q\vec{E}$

Comme  $q = e$ , on obtient :  $\vec{F} = e\vec{E}$

$$\text{En norme : } F = eE = \frac{eU}{d}$$

Application numérique :

$$F = \frac{1,60 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^6}{4} = 8 \times 10^{-14} \text{ N}$$

2. La norme du poids est  $P = mg$ .

$$P = 1,67 \times 10^{-27} \times 9,81 = 1,64 \times 10^{-26} \text{ N}$$

$$\frac{F}{P} = \frac{8 \times 10^{-14}}{1,64 \times 10^{-26}} = 5 \times 10^{12}$$

La force électrique est  $10^{12}$  fois plus grande, en norme, que le poids. Le poids est donc négligeable.

3. La particule étant positive, l'armature A doit être chargée positivement (et B négativement) pour qu'il y ait accélération. On en déduit que l'armature A est reliée à la borne positive du générateur.

4.1. À l'instant initial, la vitesse de l'ion est nulle, son énergie cinétique aussi  $E_c(I) = 0$ .

À la sortie de l'accélérateur, l'énergie cinétique de l'ion est  $E_c(F)$ .

Au cours de l'accélération, le travail de la force électrique (constante) est moteur et vaut :

$$W_{IF}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{IF} = Fd$$

Comme  $\vec{F} = q\vec{E}$  et que  $q = e$  est positif,  $W_{IF}(\vec{F}) = eEd$ .

Comme la norme du champ électrique est  $E = \frac{U}{d}$  :

$$W_{IF}(\vec{F}) = e \frac{U}{d} d = eU$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$E_c(F) - E_c(I) = W_{IF}(\vec{F}) = eU \quad \text{soit } E_c(F) = eU.$$

Avec  $U = 2 \text{ MV}$ ,  $E_c(F) = 2 \text{ MeV}$ .

Cette énergie est bien située entre 1,4 et 4 MeV.

$$4.2. E_c(F) = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{d'où } \frac{1}{2}mv^2 = eU$$

On obtient :

$$v_f = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^6}{1,67 \times 10^{-27}}} = 2 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

5.1. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{F}$ .

Comme  $\vec{F} = q\vec{E}$ , cela donne  $m\vec{a} = q\vec{E}$ . Ainsi,  $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ .

$q = e$  et  $\vec{E} = E\vec{i}$  donc  $\vec{a} = \frac{e}{m}E\vec{i}$  soit  $\vec{a} = \frac{eU}{md}\vec{i}$ .

On en déduit que l'accélération est uniquement

dirigée selon l'axe (Ox) :  $a_x = \frac{eU}{md}$

$$5.2. \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{et} \quad \vec{a} = \frac{eU}{md}\vec{i}$$

Il vient, en projection sur  $\vec{i}$  :

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{eU}{md}$$

La primitive est  $v_x(t) = \frac{eU}{md}t + C_1$ , avec  $C_1$  constante.

Or la vitesse initiale est nulle :  $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi,  $v_x(t) = \frac{eU}{md}t$ . Cela s'écrit aussi  $\frac{dx}{dt} = \frac{eU}{md}t$ .

La primitive est  $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t^2 + C_2$  avec  $C_2$  constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe :

$$x(0) = C_2 = 0. \quad \text{On en déduit que } x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t^2.$$

On peut trouver la vitesse finale atteinte en cherchant la vitesse atteinte lorsque  $x(t_f) = d$ .

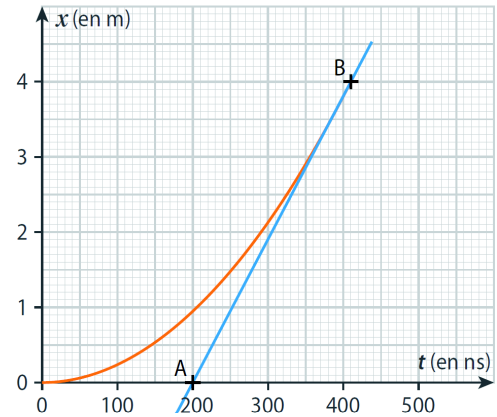
$$\text{Dans ce cas : } \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t_f^2 = d \quad \text{soit } t_f = d\sqrt{\frac{2m}{eU}}$$

En remplaçant cette expression dans l'expression de la

vitesse, on obtient :  $v_f = v_x(t_f) = \frac{eU}{md}t_f$  soit  $v_f = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

On retrouve l'expression (et donc la valeur) du 4.2.

5.3.



Le graphique montre la distance  $x$  parcourue par l'ion en fonction du temps  $t$ .

La vitesse est la dérivée par rapport à  $t$  de l'abscisse (le mouvement est unidirectionnel). Celle-ci correspond à la pente de la tangente au point considéré. Cette pente passe par deux points mesurables aisément :

$$v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{4,0 - 0}{410 \times 10^{-9} - 200 \times 10^{-9}} = 1,9 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

On retrouve la valeur calculée, à la précision de la mesure près.

$$6. \text{ L'intensité est : } I = \frac{Q}{\Delta t} \quad \text{d'où } Q = I\Delta t$$

Comme la charge apportée est la charge des  $N$

protons émis :  $Nq = Q$  soit  $N = \frac{I\Delta t}{q}$

Application numérique pour une minute de fonctionnement :

$$N = \frac{50 \times 10^{-9} \times 1 \times 60}{1,60 \times 10^{-19}} = 1,9 \times 10^{13}$$

Soit une quantité de matière de protons :

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{1,9 \times 10^{13}}{6,02 \times 10^{23}} = 3,2 \times 10^{-11} \text{ mol}$$

**55** 1. Le référentiel est supposé galiléen. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit  $m\vec{a} = \vec{P}$ . Comme  $\vec{P} = m\vec{g}$ , cela donne  $m\vec{a} = m\vec{g}$ . Ainsi,  $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$  : le mouvement du système est uniformément accéléré. D'où :  $a_x(t) = 0$  et  $a_y(t) = -g$

2. Sachant que  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  et que  $\vec{a} = \vec{g}$ , on a en

$$\text{projection sur les axes : } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ( $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ ), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

Sachant que  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}(t)$ , on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \\ \frac{dy}{dt} = -gt \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à  $x = 0$  et  $y = h$ ),

$$\text{on en déduit : } \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$$

En isolant  $t$  :  $t = \frac{x}{v_0}$

On obtient l'équation de la trajectoire :

$$y(t) = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h$$

3. Déterminons la portée du tir. Pour cela, cherchons la solution correspondant à  $y = 0$  :

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h = 0$$

On obtient  $x^2 = \frac{2v_0^2h}{g}$ . Comme le  $x$  cherché est

$$\text{positif : } x = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 21,0 \times \sqrt{\frac{2 \times 3,50}{9,81}} = 17,7 \text{ m}$$

$x$  est inférieur à 18 m. Le ballon touche le sol avant la ligne de fond.

4.1. Les expressions des énergies cinétique  $E_c$ , potentielle de pesanteur  $E_{pp}$  et mécanique  $E_m$  du ballon en un point quelconque de la trajectoire sont :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad E_{pp} = mgy \quad E_m = E_c + E_{pp}$$

4.2. Le graphique de la figure suivante représente l'évolution temporelle de ces trois énergies :



L'énergie mécanique du système est conservée, car le système ne subit que son poids (qui est une force conservative).  $E_m$  correspond donc à la courbe 3.

Le ballon part d'une altitude élevée (3,50 m) pour arrivé au sol. Son énergie potentielle de pesanteur va donc diminuer au cours du mouvement.  $E_{pp}$  correspond à la courbe 1.

La vitesse de la balle va augmenter en arrivant au sol.  $E_c$  correspond donc à la courbe 2.

4.3. L'énergie mécanique est conservée entre le point de départ et d'arrivée :  $E_m(I) = E_m(F)$

$$\text{Soit } \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_{\text{sol}}^2$$

En simplifiant les  $m$  de chaque côté de l'égalité, on

$$\text{obtient : } \frac{1}{2}v_0^2 + gh = \frac{1}{2}v_{\text{sol}}^2$$

$$\text{d'où l'on déduit } v_{\text{sol}} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Application numérique :

$$v_{\text{sol}} = \sqrt{21,0^2 + 2 \times 9,81 \times 3,50} = 22,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

5. Au cours du mouvement, nous avons considéré que le poids agissait seule sur le ballon.

Or des forces de frottement de l'air agissent.

Ainsi l'énergie mécanique n'est pas constante et va diminuer légèrement au cours du mouvement.

L'énergie cinétique finale sera donc moins élevée que prévu et la vitesse au sol fera de même.

6. La réception se fera lorsque  $y = h' = 80 \text{ cm}$

$$\text{Or } y(x) = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h$$

Ainsi, on peut déterminer l'abscisse  $x_r$  du ballon au

$$\text{moment de la réception : } h' = -\frac{g}{2v_0^2}x_r^2 + h$$

$$\text{Soit } x_r = v_0 \sqrt{\frac{2(h-h')}{g}} = 21,0 \times \sqrt{\frac{2 \times (3,50 - 0,80)}{9,81}}$$

$$x_r = 15,6 \text{ m}$$

Cette intersection se fera à l'instant  $t_r$  :

$$t_r = \frac{x_r}{v_0} = \frac{15,6}{21,0} = 0,74 \text{ s}$$

Le défenseur devra donc parcourir une distance  $d = L - x_r$  en une durée  $t_r$ .

$$\text{Sa vitesse moyenne devra être : } v_{\text{moyenne}} = \frac{L - x_r}{t_r}$$

Application numérique :

$$v_{\text{moyenne}} = \frac{18,0 - 15,6}{0,74} = 3,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Cette vitesse semble réaliste pour un athlète de haut niveau.