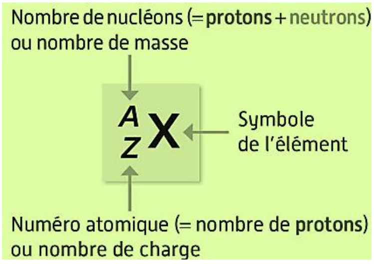
MODÉLISATION / APPLICATIONS DE LA RADIOACTIVITÉ

1) Les différentes radioactivités : ACTIVITÉ 1



a – Stabilité des noyaux :

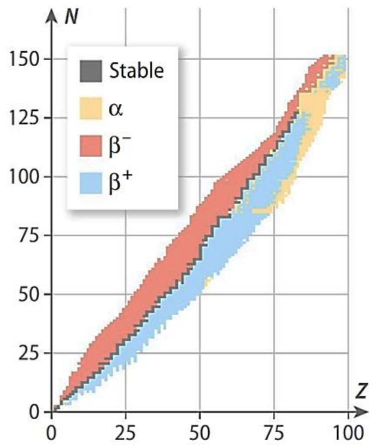
Le noyau d'atome est constitué de protons et neutrons. Les noyaux ayant le même nombre de protons mais un nombre de neutrons différent sont appelés **isotopes**.

La stabilité des noyaux résulte de la compétition entre l'interaction forte responsable de l'attraction entre nucléons, et l'interaction électrique responsable de la répulsion entre les protons. Lorsque la proportion entre les protons et les neutrons est trop inégale, ou lorsqu'un le nombre de nucléons est trop important, un noyau peut être instable et se désintégrer en émettant une particule et de l'énergie.
Parmi les noyaux connus, la plupart sont instables et se désintègrent spontanément et de manière aléatoire. Selon la particule émise, la nature de la radioactivité est différente :

Particule émise	Électron	Positon	Noyau d'hélium 4
Symbole	${}^{0}_{-1}e$	${}^{0}_{1}e$	${}^{4}_{2}He$
Type de radioactivité	β^- (Béta moins)	β^+ (Béta plus)	α (Alpha)

Le diagramme (N,Z) renseigne sur le type d'émission radioactive des noyaux ${}^{A}_{Z}X$:

il représente le nombre de neutrons N du noyau en fonction de son nombre de protons Z . Chacun des noyaux se trouve dans une zone correspondant à l'une des trois radioactivités (β^-, β^+ ou α).
Pour plus de détails, voir le diagramme (N,Z) interactif en suivant ce lien .



b – Equations des réactions nucléaires de désintégration :

L'équation de réaction nucléaire doit respecter les **lois de conservation** de la **charge électrique** et du **nombre de nucléons.**
Si l'équation est ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A'}_{Z'}X' + {}^{A''}_{Z''}X''$ alors $Z = Z' + Z''$ et $A = A' + A''$.

Radioactivité α : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$

Radioactivité β^- : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}^{0}_{-1}e^-$

Radioactivité β^+ : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}^{0}_{1}e^+$

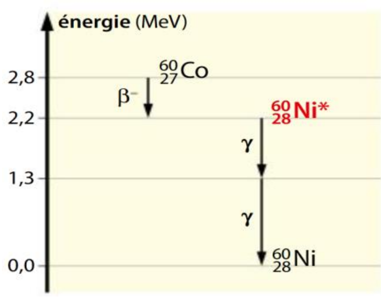
c – Désexcitation γ :

La plupart des noyaux issus d'une désintégration radioactive sont dans un état excité (souvent noté par une étoile). Le retour à leur état fondamental s'accompagne de l'**émission d'un photon** γ :

$${}^{A}_{Z}Y^* \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + \gamma$$

La charge et la masse du photon sont nulles : A et Z sont inchangés.

Ex : Suite à la désintégration du ^{60}Co, le ^{60}Ni* se désexcite en émettant deux photons γ :



Exercices : n°30,32,33,43 p164/165

2) Activité d'une source radioactive :

L'**activité** ***A*** d'un échantillon radioactif est le nombre moyen de désintégrations s'y produisant par seconde. Elle s'exprime en **becquerel**, noté Bq. 1 Bq correspond à 1 désintégration par seconde.

L'activité se mesure avec un **compteur Geiger-Muller** et elle dépend de la nature de la source et de sa masse (voir ci-contre).

Substance	Activité massique (en $Bq \cdot kg^{-1}$)
Eau douce	10^{-1}
Corps humain	10^{2}
Uranium	10^{7}
Plutonium	10^{12}

Mesure de l'activité de déchets radioactifs avec un compteur Geiger-Muller (voir animation)

a – Activité moyenne et activité instantanée :

Notons *N*(t) le nombre de noyau radioactif d'un échantillon à l'instant t et *N*(t+Δt) le nombre de noyau radioactif du même échantillon à l'instant t + Δt . Pendant la durée Δt, La variation du nombre de noyaux radioactifs de la source est : $\Delta N = N(t+\Delta t) - N(t)$

Par définition, l'**activité moyenne** sur la durée Δt s'écrit :
(signe «**-**» car A > 0 mais Δ*N* < 0)

$$A_m = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$$

A : activité en becquerel (Bq)
ΔN : variation du n^{bre} de noyau
Δt : durée en seconde (s)

On définit alors l'**activité instantanée** $A(t)$ (ou activité tout court) de l'échantillon à l'instant t comme son activité moyenne pendant une expérience de durée Δt, à la limite où Δt tend vers zéro :

$$A(t) = -\lim_{\Delta t \to 0} \frac{N(t+\Delta t) - N(t)}{\Delta t}$$

(**dérivée** de $N(t)$ **par rapport au temps**)

Activité instantanée : $A(t) = -\frac{dN}{dt}(t)$

b – Constante radioactive :

Expérimentalement, on constate que l'activité est proportionnelle au nombre de noyaux *N*(t) présents à l'instant t et à la nature des noyaux radioactifs. Ainsi :

Noyau	**λ** (s^{-1})
$^{218}_{86}Rn$	10^{-6}
$^{14}_{6}C$	10^{-11}
$^{235}_{92}U$	10^{-16}
$^{40}_{19}K$	10^{-17}
$^{232}_{90}Th$	10^{-18}

$A(t) = \lambda . N(t)$

La constante de proportionnalité λ (*lambda*) est nommée **constante radioactive** et ne dépend que du type de noyaux X de l'échantillon. Elle s'exprime en s^{-1}.

3) Evolution temporelle d'une population de noyaux radioactifs :

La désintégration d'un noyau radioactif isolé est un phénomène **spontané** (le contexte extérieur n'a aucune influence) et **aléatoire** (il est impossible de prévoir à quel instant elle se produit). Pour modéliser ce phénomène, il faut prendre en compte un nombre très important de noyaux identiques et l'étudier de manière statistique.

a – Loi de décroissance radioactive :

Point Maths :
Equation différentielle : p30/31
Fonction exponentielle : p22/23
Fonction logarithme népérien : p24/25

L'activité $A(t)$ due à la désintégration des noyaux X dont la population à une date t est $N(t)$ vérifie deux égalités :

$$A(t) = -\frac{dN}{dt}(t) \quad \text{et} \quad A(t) = \lambda N(t)$$

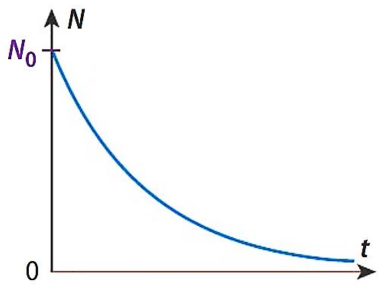
On en déduit une équation différentielle de la forme : $-\frac{dN}{dt}(t) = \lambda N(t)$

La solution générale de cette équation différentielle est : $N(t) = K.e^{-\lambda t}$

À $t = 0$ s, l'échantillon contient N_0 noyaux. La **condition initiale** s'écrit donc $N(0) = N_0$, ce qui donne $N_0 = Ke^{-\lambda \times 0}$, soit $K = N_0$.

Loi de décroissance radioactive :

Le nombre de noyaux radioactifs de constante radioactive λ dans un échantillon d'effectif N_0 à la date $t = 0$ s est : $\boxed{N(t) = N_0 . e^{-\lambda t}}$



Courbe de décroissance radioactive

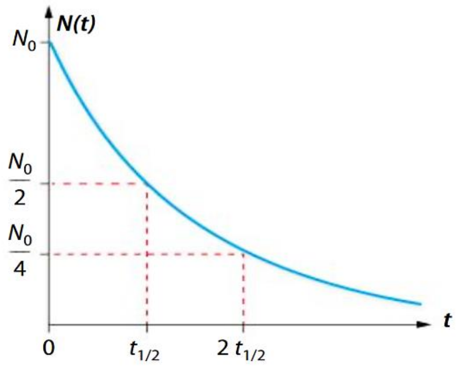
On en déduit le modèle mathématique d'évolution de l'activité A(t) d'un échantillon radioactif :

$A(t) = \lambda N(t)$ et $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ => $A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$

En notant $A_0 = \lambda N_0$ l'activité de l'échantillon à la date $t = 0$, on obtient : $\boldsymbol{A(t) = A_0 e^{-\lambda t}}$

b – Demi-vie radioactive :

La **demi-vie** $t_{1/2}$ est caractéristique d'un type de noyaux radioactifs. Elle est définie comme la durée nécessaire à la désintégration de la moitié des noyaux radioactifs présents à une date donnée.



La demi-vie $\mathbf{t_{1/2}}$ et la constante radioactive $\boldsymbol{\lambda}$ sont toutes les deux caractéristiques d'un noyau radioactif. Elles peuvent s'exprimer l'une en fonction de l'autre :

Au bout de la durée $t_{1/2}$, il reste $\frac{N_0}{2}$ noyaux radioactifs, donc :

$$N(t_{1/2}) = N_0 . e^{-\lambda . t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$$

<=> $e^{-\lambda . t_{1/2}} = \frac{1}{2}$ soit $-\lambda . t_{1/2} = \ln(\frac{1}{2}) = -\ln(2)$

Finalement : $\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}}$ ($\mathbf{t_{1/2}}$ en s et $\boldsymbol{\lambda}$ en s^{-1})

Exemples de demi-vies :

noyau	${}^{220}_{86}Rn$	${}^{131}_{53}I$	${}^{14}_{6}C$	${}^{238}_{92}U$
$\mathbf{t_{1/2}}$	58 s	8,1 jour	5730 ans	$4{,}5.10^{9}$ ans

Exercices : n°34,37,45,49,53,66 p164/172

4) Applications : ACTIVITÉ 2

a - La datation

La radioactivité est un phénomène naturel omniprésent. Cette activité est aussi présente dans les roches et dans les organismes vivants. Lorsque ceux-ci ne renouvellent plus leur quantité de noyaux radioactifs par des échanges avec l'extérieur, l'activité radioactive décroît. Si l'activité initiale est connue, une mesure de **A** à un instant **t** permet peut permettre une datation :

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda . t} \quad => \quad t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)$$

Le choix du radioélément se fait de manière à ce que sa demi-vie soit du même ordre de grandeur que l'âge de l'objet à dater. Exemples : carbone 14 pour les composés organiques ; potassium 40 pour les roches volcaniques

b - La médecine nucléaire

En imagerie médicale, on peut injecter une substance radioactive (nommée traceur) qui se fixe sur certaines cellules. Une caméra sensible aux rayonnements γ émis permet ainsi de localiser les cellules cibles et d'obtenir des informations sur le fonctionnement d'un organe.

Les particules (α, β^+, β^-) et les photons de haute énergie (X, γ) constituent des rayonnements ionisants : lors de leur pénétration dans les tissus vivants, ils peuvent arracher des électrons aux molécules qui constituent les cellules. Il faut donc s'en protéger grâce à des écrans (plomb) et en limitant la durée d'exposition. Dans le cas d'une radiothérapie, la maîtrise de la zone exposée peut permettre de détruire des cellules cancéreuses.

Dans l'industrie, l'irradiation permet de détruire à froid les micro-organismes (champignons, bactéries, virus) pour stériliser les aliments.

Exercices : n°55,58,62 p167/169