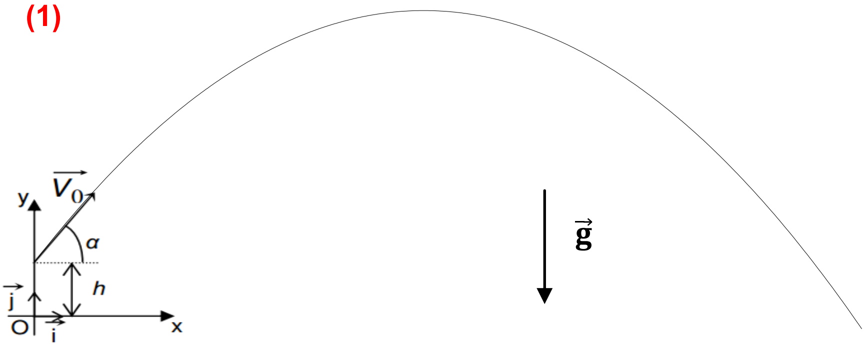
CORRIGÉ DU DS7

EXERCICE N°1 : (12pts)

1.1. (1)



1.2. Dans le référentiel terrestre considéré galiléen, on peut appliquer la deuxième loi de Newton au système {fusée éclairante} pour déterminer les coordonnées du vecteur accélération. En effet, cette loi stipule que dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées au système est égale à la dérivée du vecteur quantité de mouvement : (0,5)

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m_f.\vec{v})}{dt}$$

On néglige la variation de masse de la fusée pendant son mouvement donc la deuxième loi de Newton devient : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m_f.\frac{d\vec{v}}{dt} = m_f.\vec{a}$

On néglige toutes les actions dues à l'air (frottement, poussée d'Archimède), alors la fusée est en chute libre, soumise uniquement à son poids $\vec{P}$. Ainsi : $\vec{P} = m_f.\vec{a}$ (0,5)

Soit : $m_f.\vec{g} = m_f.\vec{a}$ et finalement : $\boxed{\vec{g} = \vec{a}}$

Dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, on obtient $\vec{a}\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$ (1)

1.3. Comme $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a : $\vec{a}\begin{cases} a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = 0 \\ a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} = -g \end{cases}$ (0,5)

En primitivant on obtient : $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -g.t + C_2 \end{cases}$ (1) où C_1 et C_2 sont des cstes liées aux conditions initiales

À la date t = 0 s, on a : $\vec{v} = \vec{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0.\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0.\sin\alpha \end{cases}$ (0,5)

On en déduit : $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = v_0.\cos\alpha \\ v_y(t) = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{cases}$ (0,5)

Par ailleurs $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} \\ v_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt} \end{cases}$ donc : $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} = v_0.\cos\alpha \\ v_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt} = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{cases}$

En primitivant on obtient : $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_0.\cos\alpha.t + C_3 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}.g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t + C_4 \end{cases}$ **(1)** où C_3 et C_4 sont des constantes liées aux conditions initiales.

À la date t = 0 s, la fusée éclairante est située à la sortie du pistolet à une altitude h donc : $\overrightarrow{OG}\begin{cases} 0 \\ h \end{cases}$ **(0,5)**

On en déduit que $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_0.\cos\alpha.t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}.g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t + h \end{cases}$ conformément aux équations horaires proposées.

1.4. On a $y(t) = -\dfrac{1}{2}.g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t + h$.

On sait que la fusée commence à éclairer au bout d'une seconde. Pour connaître l'altitude à partir de laquelle la fusée commence à éclairer, calculons y(t =1s) : **(0,5)**

y(1) = -0,5x10x1² + 60xsin(65)x1 + 2 = 51 m **(0,5)**

On cherche l'altitude à laquelle la fusée cesse d'éclairer. Sachant qu'elle éclaire pendant 9 s, elle s'éteint alors à t = 1+9 = 10s. Altitude correspondante :

y(10) = -0,5x10x10² + 60xsin(65)x10 + 2 = 42 m **(1)**

On a trouvé que la fusée éclairait entre 51m et 42m d'altitude. La fusée étant très haute elle éclaire une large zone, ce qui semble adapté au but recherché. **(0,5)**

2.1. $\vec{p}_0 = (m_p + m_f).\vec{v}$ **(0,5)**

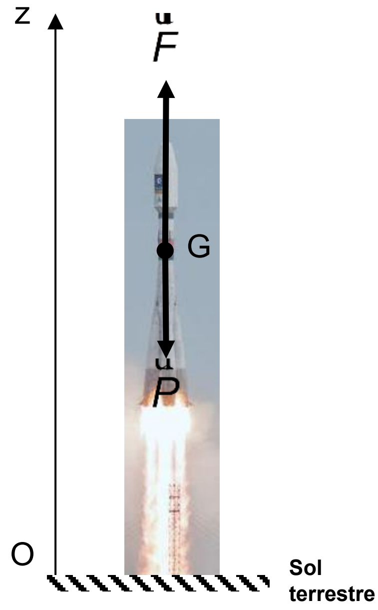
2.2. La quantité de mouvement d'un système pseudo-isolé se conserve : $\vec{p}_{avant} = \vec{p}_{après}$ **(1)**

Soit : $\vec{0} = m_p.\vec{v}_p + m_f.\vec{v}_0$ **(1)**

Et finalement : $\boxed{\vec{v}_p = -\dfrac{m_f}{m_p}.\vec{v}_0}$ **(0,5)**

EXERCICE N°2 : (8pts)

1.1.



1.2. On applique la 2ème loi de Newton au système dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\vec{P} + \vec{F} = M.\vec{a}$ (M est constante)

Par projection suivant l'axe (Oz) il vient : $-P + F = M.a_z$ **(1)**

Ainsi : $-Mg + F = M.a_z$

Finalement : $\boxed{a_z = \frac{F}{M} - g}$ **(0,5)**

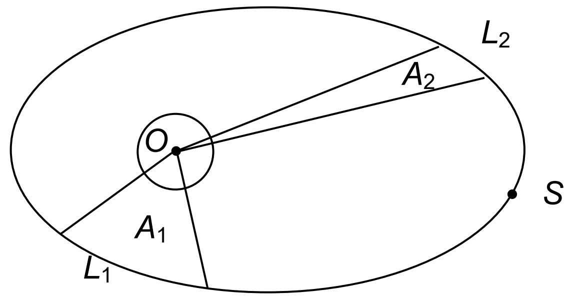
1.3. L'altitude de mise en orbite est $z = h = 23\ 522$ km $= 23\ 522 \times 10^3$ m.

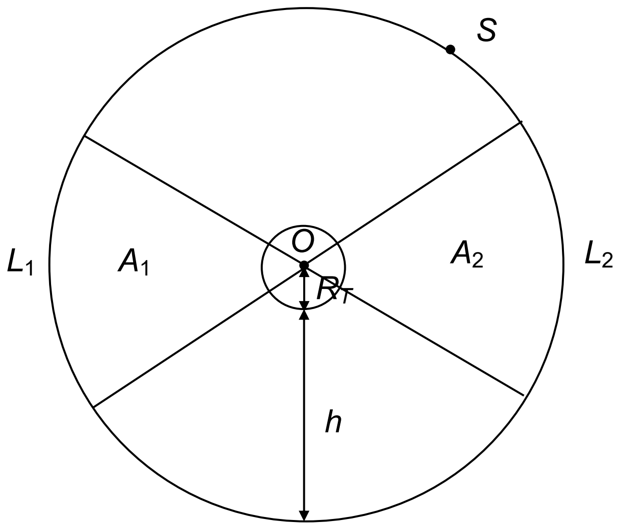
La durée nécessaire à la mise en orbite du satellite est : $h = \frac{1}{2}.\left(\frac{F}{M} - g\right)t^2$ **(0,5)**

soit $t^2 = \dfrac{2h}{\left(\frac{F}{M} - g\right)}$ et finalement, en ne conservant que la solution positive : $t = \sqrt{\dfrac{2h}{\left(\frac{F}{M} - g\right)}}$ **(0,5)**

AN : $t = \sqrt{\dfrac{2 \times 2.5.10^7}{\left(\frac{6,0.10^6}{3.00.10^5} - 10\right)}}$ = **$2,2.10^3$ s** **(1)**

2.1. « Le rayon vecteur $\overrightarrow{OS}$ reliant le centre O de la Terre au centre S du satellite, balaye des aires égales pendant des durées égales ». **(1,5)**





2.2. Dans l'approximation d'une **trajectoire circulaire**, la distance OS est constante donc, pendant la même durée Δt, les distances parcourues sont égales. Ex : $L_1 = L_2$. On en déduit que le mouvement du satellite est uniforme. **(1)**

Autre méthode : montrer que les vecteurs vitesse et accélération sont perpendiculaires . . .

3.3. La **troisième loi de Kepler**, appliquée au cas des satellites en orbites circulaires autour du centre de la Terre, indique que « le carré de la période de révolution T du satellite autour de la Terre est proportionnel au cube du rayon R de l'orbite soit : $\boxed{\frac{T^2}{R^3} = Cte}$ ». **(0,5)**

Ainsi, plus le rayon de l'orbite R est grand plus la période de révolution T du satellite est grande.
Or, le rayon de l'orbite est : $R = R_T + h$ avec R_T constant. Donc plus h est grand plus T est grande.
L'altitude h d'un satellite Galileo étant plus grande que celles des deux autres satellites, sa période de révolution est plus grande. **(1)**