DESCRİPTİON ET MODÉLİSATİON DES MOUVEMENTS

1/ DESCRİPTİON DES MOUVEMENTS : *activité 1*

Le mouvement d'un objet se décrit grâce à la connaissance de sa trajectoire, de sa vitesse et de son accélération par rapport à un référentiel.

a – Le référentiel :

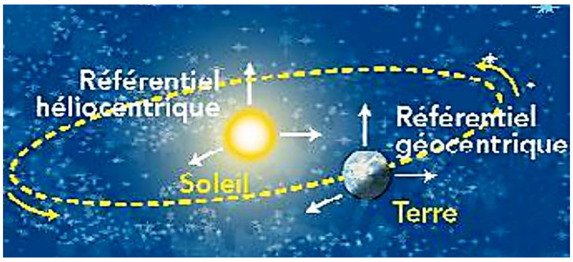
Un référentiel est un objet physique auquel on associe un repère d'espace et une horloge pour mesurer l'écoulement du temps.

Le référentiel doit toujours être précisé puisqu'un même objet peut avoir des mouvements différents suivant le référentiel par rapport auquel on l'étudie.

Le choix du référentiel se fait de manière à ce que l'on puisse y appliquer simplement les lois de la mécanique. Cette année nous utiliserons **des référentiels galiléens, c'est-à-dire des référentiels où le principe d'inertie est vérifié**.

Exemples de référentiels galiléens :

- Le référentiel héliocentrique
- Le référentiel géocentrique
  (pour une étude ne dépassant pas quelques heures)
- Le référentiel terrestre
  (pour une étude ne dépassant pas quelques minutes)

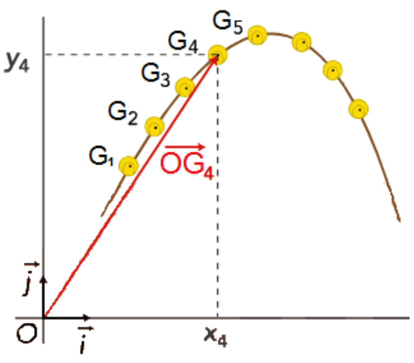


(de manière générale, tout référentiel en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel héliocentrique peut être considéré comme galiléen).

b – Vecteur position :

Cette année, on se limitera à des objets dont les dimensions sont suffisamment petites par rapport à leurs déplacements pour que l'on puisse les modéliser par un point unique qui contient toute leur masse.
Dans ce cas, **la trajectoire correspond à l'ensemble des positions occupées par le centre de gravité G de l'objet au cours du temps**.

Dans le cas d'un mouvement à deux dimensions, on repère le point G grâce au vecteur position $\overrightarrow{OG}$ dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$: $\overrightarrow{OG} = x(t).\vec{i} + y(t).\vec{j}$

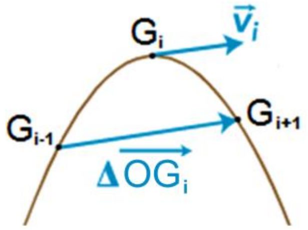


Chronophotographie d'un lancer de balle

c – Vecteur vitesse :

Le vecteur vitesse caractérise les variations du vecteur position (en norme et en direction) au cours du temps.
Il peut être déterminé graphiquement à un instant t_i par assimilation avec la vitesse moyenne entre les dates t_{i-1} et t_{i+1} :

$$\vec{v}_i = \frac{\overrightarrow{G_{i-1}G_{i+1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$



Sachant que $\overrightarrow{G_{i-1}G_{i+1}} = \overrightarrow{OG}_{i+1} - \overrightarrow{OG}_{i-1}$, alors pour une durée Δt suffisamment petite, le vecteur vitesse peut également s'écrire : $\vec{v}_i = \frac{\Delta\overrightarrow{OG_i}}{\Delta t}$

Si Δt tend vers zéro, alors le rapport $\frac{\Delta\overrightarrow{OG_i}}{\Delta t}$ peut être défini comme la dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ par rapport au temps, et correspond au vecteur vitesse instantanée à l'instant t_i :

Le **vecteur vitesse instantanée** d'un objet en mouvement correspond à la dérivée par rapport au temps de son vecteur position : $\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OG_i}}{\Delta t} = \left(\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}\right)(t_i)$

De part sa définition, le vecteur vitesse instantanée peut également s'exprimer dans un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ sous la forme :

$$\vec{v}_i = v_x.\vec{\imath} + v_y.\vec{\jmath} \quad \text{avec} \quad v_x = \frac{dx}{dt} \quad \text{et} \quad v_y = \frac{dy}{dt}$$

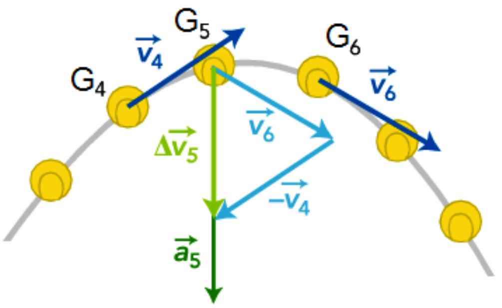
Caractéristiques du vecteur vitesse instantanée :

- direction : tangente à la trajectoire au point considéré
- sens : celui du mouvement
- valeur : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ (s'exprime en $m.s^{-1}$)

d – Vecteur accélération :

Le vecteur accélération caractérise les variations du vecteur vitesse (en norme et en direction) au cours du temps.
Par analogie avec le vecteur vitesse, il peut être déterminé graphiquement à un instant t_i par assimilation avec l'accélération moyenne entre les dates t_{i-1} et t_{i+1} :

$$\vec{a}_i = \frac{\overrightarrow{v_{i+1}} - \overrightarrow{v_{i-1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\Delta\vec{v}_i}{\Delta t}$$



Exemple : construction du vecteur accélération à l'instant t_5

Ce vecteur a la même direction et le même sens que le vecteur $\Delta\vec{v}_i$ et a pour valeur : $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\|\Delta\vec{v}_i\|}{\Delta t}$

Si Δt tend vers zéro, alors le rapport peut être défini comme la dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}_i$ par rapport au temps, et correspond au vecteur accélération instantanée à l'instant t_i :

Le **vecteur accélération instantanée** d'un objet en mouvement correspond à la dérivée par rapport au temps de son vecteur vitesse : $\vec{a}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_i}{\Delta t} = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)(t_i)$

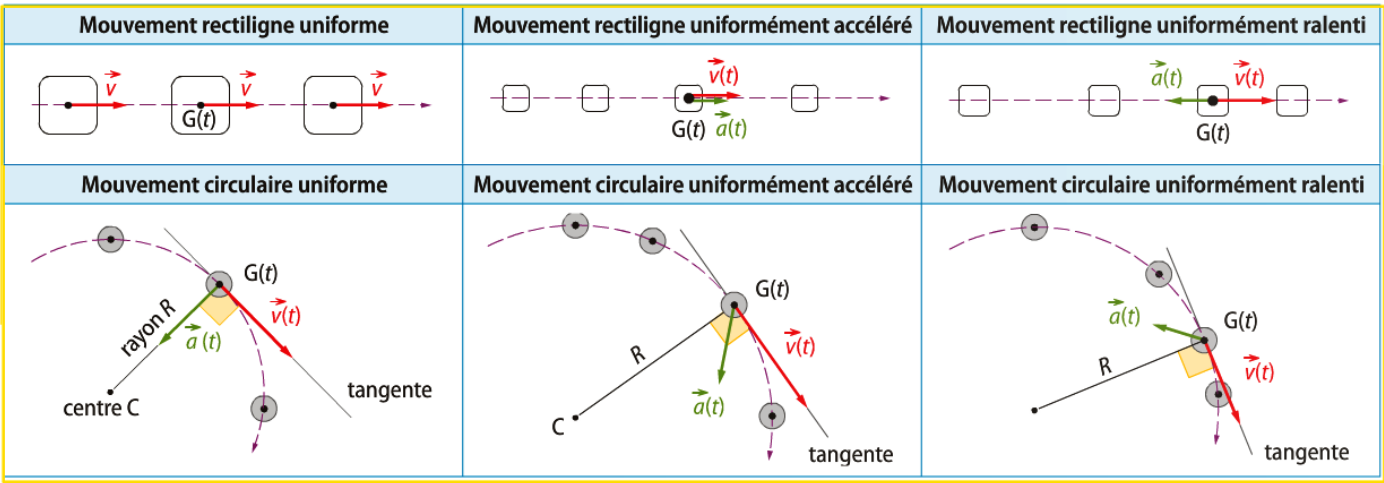
De part sa définition, le vecteur accélération instantanée peut également s'exprimer dans un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$:

$$\vec{a}_i = a_x.\vec{\imath} + a_y.\vec{\jmath} \quad \text{avec} \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad \text{et} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}$$

Caractéristiques du vecteur accélération instantanée :

- Direction et sens : même que ceux de $\Delta\vec{v}_i$
- valeur : $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ (s'exprime en $m.s^{-2}$)

e – Exemples de mouvements :



EXERCİCES : **n°1,7,10,20,21,22,23,24,27 p138/142**

2/ CONSERVATİON DE LA QUANTİTÉ DE MOUVEMENT : *activité 2*

Deux objets de masses différentes n'ont pas la même inertie. Ainsi, même s'ils ont la même vitesse, l'action d'une force ne modifie pas leurs mouvements de la même manière.

Le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ caractérise à la fois le vecteur vitesse $\vec{v}$ d'un objet et sa masse **m** :

$$\boxed{\vec{p} = m \times \vec{v}}$$

- m s'exprime en kg
- v s'exprime en $m.s^{-1}$
- p s'exprime en $kg.m.s^{-1}$

Dans un référentiel galiléen, le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un système isolé (ou pseudo-isolé) se conserve : $\vec{p} = \overrightarrow{cste}$

EXERCİCES : **n°4 p174 et n°1,2,3 (photocopiés)**

3/ LES LOİS DE NEWTON POUR MODÉLİSER UN MOUVEMENT :

a – 1ère loi de Newton (= principe d'inertie) :

Dans un référentiel galiléen, si un système est isolé* ou pseudo-isolé**, alors il est soit immobile soit animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.
Réciproquement, si un système est immobile ou animé d'un mouvement rectiligne et uniforme, alors il est soit isolé soit pseudo-isolé.

Ecriture mathématique : $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}_G = \overrightarrow{cste}$

(*) objet soumis à aucune force
(**) objet soumis à des forces qui se compensent

b – $2^{ème}$ loi de Newton :

Dans un <u>référentiel galiléen</u> , la résultante $\Sigma \vec{F}_{ext}$ des forces extérieures appliquées à un système est égale à la dérivée par rapport au temps de son vecteur quantité de mouvement :

$$\boxed{\Sigma \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

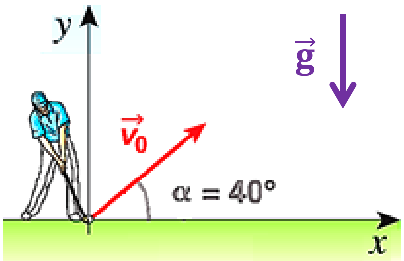
- ΣF_{ext} s'exprime en N
- m s'exprime en kg
- p s'exprime en $kg.m.s^{-1}$

$2^{ème}$ loi de Newton dans le cas où m est constante : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}_G$ (a_G s'exprime en $m.s^{-2}$)

<u>Méthode d'application de la $2^{ème}$ loi de Newton :</u>

1. Définir le système
2. Préciser le référentiel galiléen par rapport auquel on étudie le mouvement
3. Faire le bilan des forces extérieures appliquées au système
4. Ecrire la $2^{ème}$ loi de Newton
5. Projeter la relation vectorielle dans le repère d'étude

➢ **<u>Exemple du mouvement d'une balle de golf dans le champ de pesanteur terrestre (champ uniforme) :</u>**



1. Système : la balle de golf
2. Référentiel terrestre (supposé galiléen pendant la durée du lancer)
3. Le poids de la balle : $\vec{P} = m \times \vec{g}$
   La force de frottements de l'air : $\vec{f}$
4. On applique la $2^{ème}$ loi de Newton au système dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\vec{P} + \vec{f} = m \times \vec{a}$

Dans le cas où l'on peut négliger f par rapport à P (cas d'une vitesse faible), l'équation devient : $\vec{P} = m \times \vec{a}$

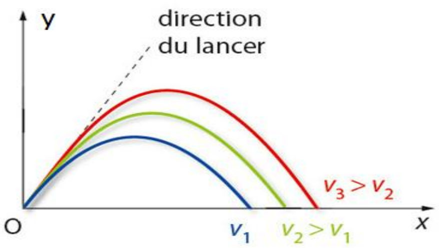
$\Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$

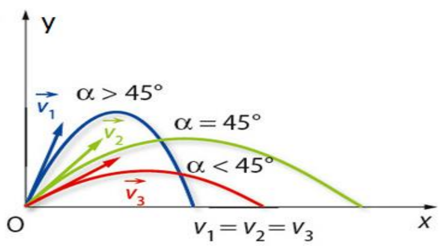
5. Projection suivant les axes $(O\vec{i})$ et $(O\vec{j})$:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \xrightarrow{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}} \begin{cases} v_x = v_0.\cos\alpha \\ v_y = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{cases} \xrightarrow{\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}} \begin{cases} x = v_0.\cos\alpha.t \\ y = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t \end{cases}$$

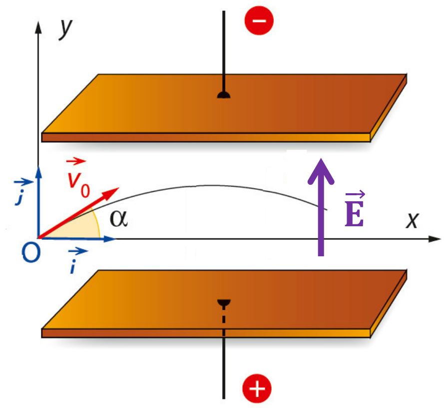
A partir des équations horaires x(t) et y(t) on peut déduire l'équation de la trajectoire : $y = -\frac{1}{2}.\frac{g}{(v_0.\cos\alpha)^2}.x^2 + (\tan\alpha).x$

⇨ on retrouve bien l'influence de v_0 et de α sur le mouvement :





- **<u>Exemple du mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme :</u>** *activité 3*



1. Système : l'électron
2. Référentiel terrestre (supposé galiléen pendant la durée du mouvement)
3. Force électrostatique : $\vec{F} = q \times \vec{E}$ ($= -e \times \vec{E}$ pour un électron)

   Poids de l'électron : $\vec{P} = m_é \times \vec{g}$ (négligeable par rapport à $\vec{F}$)
4. On applique la 2ème loi de Newton au système dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\vec{F} = m \times \vec{a}$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{a} = -(e/m) \times \vec{E}$$

5. Projection suivant les axes $(O\vec{i})$ et $(O\vec{j})$:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -(e.E)/m \end{cases} \xrightarrow{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}} \begin{cases} v_x = v_0.\cos\alpha \\ v_y = -(e.E.t)/m + v_0.\sin\alpha \end{cases} \xrightarrow{\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}} \begin{cases} x = v_0.\cos\alpha.t \\ y = -\frac{1}{2}(e.E.t^2)/m + v_0.\sin\alpha.t \end{cases}$$

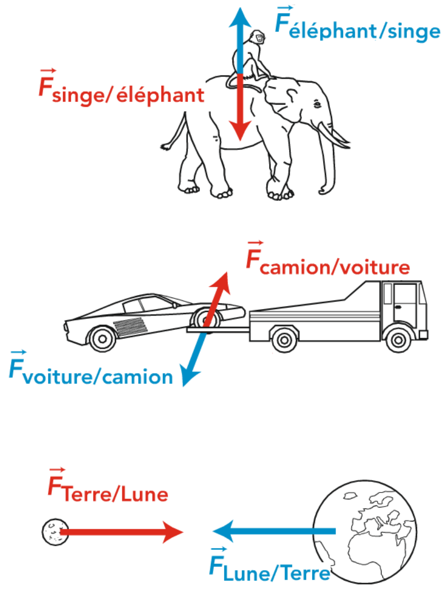
A partir des équations horaires x(t) et y(t) on peut déduire l'équation de la trajectoire : $y = -\frac{1}{2}.\frac{e.E}{m.v_0^2.\cos^2\alpha}.x^2 + (\tan\alpha).x$

c – 3ème loi de Newton (principe des actions réciproques) :

Si un système A exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un système B , alors le système B exerce une force $\vec{F}_{B/A}$ sur le système A telle que : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

(les deux forces sont de même direction, même valeur mais de sens opposés)

On dit que les deux systèmes sont en interaction.



<u>Exemples de systèmes en interaction</u>

<u>Rmq :</u> cette loi s'applique aussi bien lorsque les deux systèmes en interaction sont immobiles ou en mouvement

EXERCICES : n°9,10,12,15,17,19,21,22,23,24,25 p156/160 + « préparer le Bac » p162/163

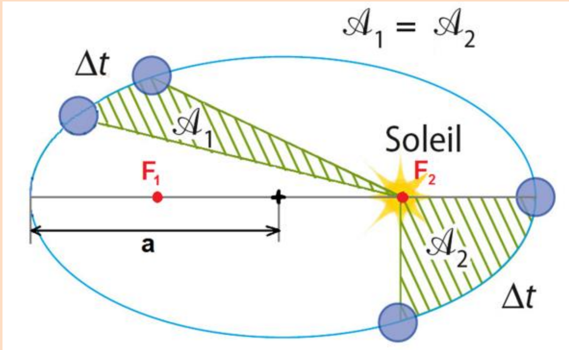
4/ MOUVEMENTS DANS L'ESPACE :

a – Les trois lois de KEPLER : *activité 4*

A partir des observations nombreuses et très précises effectuées par l'astronome danois Tycho BRAHE (1546-1601), l'astronome allemand Johannes KEPLER (1571-1630) a établi trois lois empiriques décrivant le mouvement des planètes du système solaire :

<u>1ère loi :</u> Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire d'une planète est une ellipse dont le centre du Soleil occupe l'un des foyers.

<u>2ème loi :</u> Le segment Soleil-planète balaie des aires égales pendant des durées égales.



<u>3ème loi :</u> $\boxed{\dfrac{T^2}{a^3} = cste}$

T : période de révolution de la planète (s)
a : demi grand axe de la trajectoire elliptique (m)
cste : constante ($s^2.m^{-3}$)

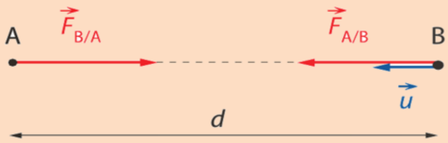
Par extension, les lois de Kepler s'appliquent à tout astre (satellite, comète, astéroïde) en révolution autour d'une étoile ou d'une planète.

b – Loi de la gravitation universelle :

Tous les corps ayant une masse s'attirent mutuellement. Cette interaction, dite gravitationnelle, est universelle car elle s'applique à tous les corps de l'Univers :

Deux objets A et B de masses m_A et m_B dont les centres sont séparés d'une distance d, exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction gravitationnelle $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ de même intensité, de même direction mais de sens opposés :

$$\boxed{\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B} = -G \times \frac{m_A \times m_B}{d^2} . \vec{u}}$$



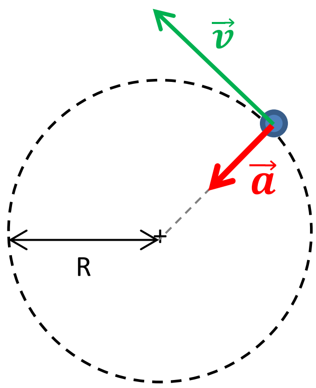
$F_{A/B}$ et $F_{B/A}$ s'expriment en N
m_A et m_B s'expriment en kg
d s'exprime en m
G = 6,67.10-11 usi (cste de gravitation universelle)
$\vec{u}$: Vecteur unitaire

c – Cas des mouvements circulaires uniformes :

Lorsqu'un objet a un **mouvement circulaire uniforme** de rayon R, son vecteur accélération $\vec{a}$ est centripète (orienté vers les centre) et tel que :

$\boxed{\vec{v} . \vec{a} = \vec{0}}$ et $\boxed{a = \dfrac{v^2}{R}}$

Réciproquement, si le vecteur vitesse $\vec{v}$ et le vecteur accélération $\vec{a}$ d'un objet sont perpendiculaires alors son mouvement est circulaire uniforme.



d – Mouvements circulaires des planètes et des satellites :

La $2^{ème}$ loi de Newton appliquée au système dans le référentiel héliocentrique (ou planétocentrique) s'écrit :

$$\vec{\mathbf{F}}_{gravit} = m.\,\vec{\mathbf{a}} \qquad \text{(m: masse du système)}$$

Dans le cas où le mouvement d'une planète (ou d'un satellite) est circulaire, alors l'accélération du système est centripète et telle que : $a = \dfrac{v^2}{d}$ (d : rayon de la trajectoire)

- On peut alors déterminer l'expression de la vitesse : $G\,.\,\dfrac{m \times M}{d^2} = m\,.\,\dfrac{v^2}{d} \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{G.M}{d}}$
- L'expression de la période de révolution : $T = \dfrac{2\pi.d}{v} \Rightarrow T = 2\pi.\sqrt{\dfrac{d^3}{G.M}}$
- On peut ainsi retrouver la $3^{ème}$ loi de Kepler dans le cas des trajectoires circulaires : $\dfrac{T^2}{d^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M}$

e – Propulsion des objets dans l'espace :

Lors du décollage, une fusée est soumise à des forces qui se compensent (son poids et la réaction du support) et peut donc être considérée comme un système pseudo-isolé : $\Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{0}$

Si l'on applique la $2^{ème}$ loi de Newton au système (fusée+gaz éjectés) dans le référentiel terrestre supposé galiléen, on obtient : $d\vec{p}/dt = \vec{0}$, soit : $\vec{p} = \overrightarrow{cste}$

Ainsi : $\vec{p}_{juste\ avant} = \vec{p}_{juste\ après}$

$\Leftrightarrow \quad \vec{p}(0) = \overrightarrow{p(t)}_{fusée} + \overrightarrow{p(t)}_{gaz}$

$\Leftrightarrow \quad \vec{0} = m_f.\,\vec{v}_{fusée} + m_g.\,\vec{v}_{gaz}$

$\Leftrightarrow \quad \vec{v}_{fusée} = -\ (m_g/m_f)\,\vec{v}_{gaz}$

La vitesse de la fusée dépend uniquement de la vitesse des gaz expulsés, de leur masse et de la masse de la fusée.

EXERCİCES : n°8,10,13,17,19,20 p 175/178