

MODÉLISATION DES MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS GRAVITATIONNELS ET ÉLECTRIQUES

La modélisation des mouvements se fait en utilisant la 2^{ème} loi de Newton :

Dans un référentiel galiléen, la résultante $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}}$ des forces extérieures appliquées à un système est égale à la dérivée par rapport au temps de son vecteur quantité de mouvement :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_{\text{ext}} \text{ s'exprime en N} \\ m \text{ s'exprime en kg} \\ p \text{ s'exprime en kg.m.s}^{-1} \end{array} \right.$$

2^{ème} loi de Newton dans le cas où m est constante : $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \times \vec{a}_G$ (a_G s'exprime en m.s^{-2})

Méthode d'application de la 2^{ème} loi de Newton :

1. Définir le système
2. Préciser le référentiel galiléen par rapport auquel on étudie le mouvement
3. Faire le bilan des forces extérieures appliquées au système
4. Ecrire la 2^{ème} loi de Newton
5. Projeter la relation vectorielle dans le repère d'étude et déterminer les constantes d'intégration grâce aux conditions initiales

➤ Exemple du mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme :

activité 1

1. Système : l'électron
2. Référentiel terrestre (supposé galiléen pendant la durée du mouvement)
3. Force électrostatique : $\vec{F} = q \times \vec{E}$ ($= -e \times \vec{E}$ pour un électron)
Poids de l'électron : $\vec{P} = m_e \times \vec{g}$ (négligeable par rapport à \vec{F})
4. On applique la 2^{ème} loi de Newton au système dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\vec{F} = m \times \vec{a}$

$$\Leftrightarrow \vec{a} = -(e/m) \times \vec{E}$$

5. Projection suivant les axes $(O\vec{i})$ et $(O\vec{j})$:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -(e.E)/m \end{array} \right.$$

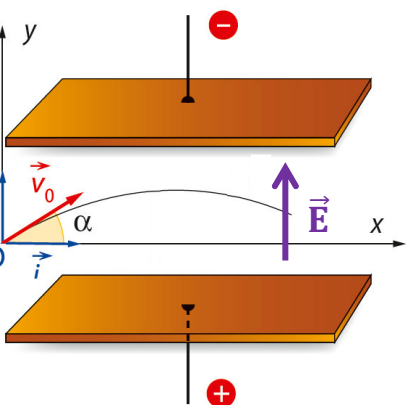
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_x(0) = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_y(0) = v_0 \cdot \sin\alpha \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_x = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_y = -(e.E.t)/m + v_0 \cdot \sin\alpha \end{array} \right.$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{array} \right.$$

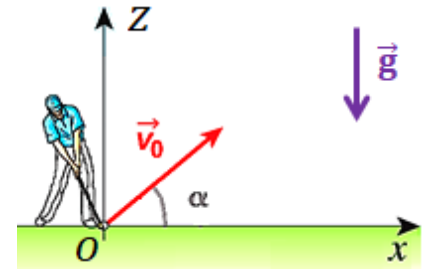


$$\left\{ \begin{array}{l} x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2} \cdot (e.E.t^2)/m + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \end{array} \right.$$

A partir des équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ on peut déduire l'équation de la trajectoire : $y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{e.E}{m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 + (\tan\alpha) \cdot x$

➤ **Exemple du mouvement d'une balle de golf dans le champ de pesanteur terrestre (champ uniforme) :**

1. Système : la balle de golf
2. Référentiel terrestre (supposé galiléen pendant la durée du lancer)
3. Le poids de la balle : $\vec{P} = m \times \vec{g}$
La force de frottements de l'air : \vec{f}
4. On applique la 2^{ème} loi de Newton au système dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\vec{P} + \vec{f} = m \times \vec{a}$



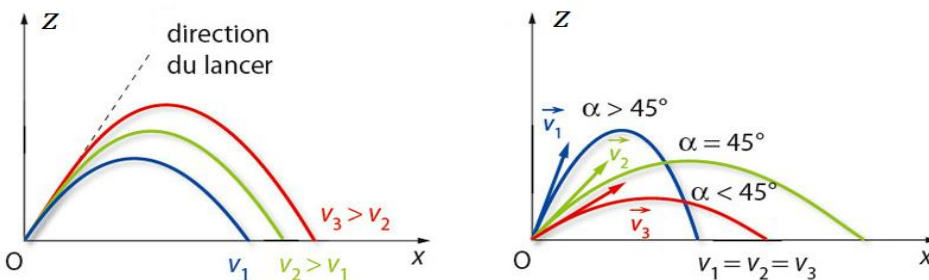
Dans le cas où l'on peut négliger f par rapport à P (cas d'une vitesse faible), l'équation devient : $\vec{P} = m \times \vec{a}$
 $\Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$

5. Projection suivant les axes $(O\vec{i})$ et $(O\vec{k})$:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \xrightarrow[\substack{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \\ v_x(0) = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_z(0) = v_0 \cdot \sin\alpha}]{\text{red arrow}} \begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_z = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases} \xrightarrow[\substack{\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} \\ x(0) = 0 \\ z(0) = 0}]{\text{red arrow}} \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ z = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \end{cases}$$

A partir des équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ on peut déduire l'équation de la trajectoire : $z = -\frac{1}{2} \cdot \frac{g}{(v_0 \cdot \cos\alpha)^2} \cdot x^2 + (\tan\alpha) \cdot x$

Remarque 1 : on retrouve bien l'influence de v_0 et de α sur le mouvement :



Remarque 2 : dans le cas où la balle est lancée en un point différent de l'origine (exemple du basket ci-dessous), certaines constantes d'intégration peuvent être modifiées :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \xrightarrow[\substack{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \\ v_x(0) = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_z(0) = v_0 \cdot \sin\alpha}]{\text{red arrow}} \begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_z = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases} \xrightarrow[\substack{\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} \\ x(0) = 0 \\ z(0) = h_A}]{\text{red arrow}} \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ z = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t + h_A \end{cases}$$

Équation de la trajectoire : $z = -\frac{1}{2} \cdot \frac{g}{(v_0 \cdot \cos\alpha)^2} \cdot x^2 + (\tan\alpha) \cdot x + h_A$

