

Mots-clés : premier principe et loi phénoménologique de Newton, intensité sonore, atténuation.



Cave à vin

Photo Wikipédia

Déguster un vin à la bonne température est essentiel pour pouvoir en apprécier les saveurs gustatives et odorantes : un vin trop tiède n'est pas agréable ; un vin trop froid voit ses arômes masqués par l'alcool. Pour pouvoir servir les vins à la bonne température, on utilise des caves à vin.

On s'intéresse à une bouteille de vin rouge léger dont la température idéale de service est de 13° C. Initialement, cette bouteille et son contenu sont à une température voisine de 22° C. On place cette bouteille dans la cave à vin afin d'optimiser sa dégustation.

L'air à l'intérieur de la cave à vin joue le rôle d'un thermostat. Sa température T_{air} demeure constante et égale à 13 °C.

Dans cet exercice, on cherche à déterminer la durée nécessaire pour que la température du vin atteigne la valeur souhaitée de 13 °C (**partie 1**). On étudie ensuite la gêne sonore pouvant être occasionnée par une cave à vin dans un restaurant (**partie 2**).

Les deux parties sont indépendantes.

Partie 1 – Evolution de la température - Durée du refroidissement

On s'intéresse à l'évolution de la température T du système {vin + bouteille} placé dans le thermostat.

Le système {vin + bouteille} est immobile. L'air de la cave à vin est ventilé.

On désigne par Q le transfert thermique entre l'air et le système, et par Φ le flux thermique correspondant, c'est-à-dire le transfert thermique par unité de temps.

Le transfert thermique et le flux thermique sont comptés positivement si le transfert thermique a lieu de l'air vers le système.

On fait l'hypothèse que le flux thermique Φ vérifie la loi phénoménologique de Newton.

Loi phénoménologique de Newton

Lorsqu'un système incompressible de température T est placé dans un fluide en écoulement à la température

T_a , il s'établit un flux thermique entre le thermostat et le système proportionnel à l'écart de température ($T - T_a$).

On peut alors écrire : $\Phi = -h \times S \times (T - T_a)$

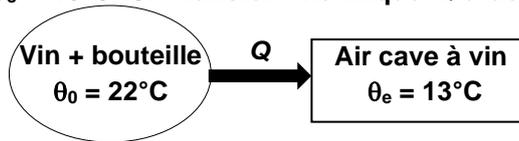
- S est la surface d'échange entre le système et le thermostat (en m^2) ;
- h est le coefficient d'échange convectif (en $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$).

Données

- Surface d'échange entre la bouteille et l'air : $S = 4,66 \times 10^{-2} m^2$
- Coefficient d'échange convectif : $h = 10 W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
- Capacité thermique du système {vin + bouteille} : $C = 3,25 kJ \cdot K^{-1}$
- $T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$

1. À l'aide du premier principe de la thermodynamique, relier la variation d'énergie interne ΔU du système {vin + bouteille} au transfert thermique Q entre l'air et le système.

Le système {vin + bouteille} est à la température initiale $\theta_0 = 22^\circ\text{C}$ quand il est placé dans la cave à vin dont l'air ventilé est à la température $\theta_e = 13^\circ\text{C}$. Un transfert thermique Q a donc lieu du système vers le milieu extérieur.



Le premier principe appliqué au système {vin + bouteille} donne : $\Delta U = Q$ ($Q < 0$ et $W = 0$ J).

2. Exprimer le transfert thermique Q pendant une durée très petite Δt en fonction du flux thermique Φ supposé constant pendant cette durée et de Δt . Rappeler les unités, dans le système international, des grandeurs intervenant dans cette expression.

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t} \text{ donc } Q = \Phi \times \Delta t \text{ avec } \Phi \text{ en W, } Q \text{ en J et } \Delta t \text{ en s.}$$

La variation d'énergie interne d'un système incompressible au repos dont la température varie de ΔT est donnée par la relation $\Delta U = C \times \Delta T$ (C est la capacité thermique du système).

3. Exprimer le flux thermique Φ en fonction de la capacité thermique C du système supposé incompressible, de sa variation de température ΔT et de la durée Δt .

$$\text{On a : } \Delta U = C \times \Delta T = Q \text{ donc } \Phi = \frac{C \times \Delta T}{\Delta t}$$

4. En utilisant la loi phénoménologique de Newton, et en faisant tendre Δt vers 0, vérifier que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la température T s'écrit :

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau}(T - T_{air})$$

En déduire l'expression et l'unité de τ .

$$\text{Loi phénoménologique de Newton : } \Phi = -h \times S \times (T - T_{air}) \text{ et } \Phi = \frac{C \times \Delta T}{\Delta t}$$

$$\text{En égalant les deux expressions du flux thermique : } -h \times S \times (T - T_{air}) = \frac{C \times \Delta T}{\Delta t}$$

$$\text{Donc : } \frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{h \times S}{C} \times (T - T_{air}). \text{ En faisant tendre } \Delta t \text{ vers 0 : } \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right) = \frac{dT}{dt}$$

$$\text{donc } \frac{dT}{dt} = -\frac{hS}{C}(T - T_{air})$$

$$\text{En comparant avec l'expression : } \frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau}(T - T_{air}), \text{ il vient : } \frac{1}{\tau} = \frac{hS}{C} \text{ soit } \tau = \frac{C}{hS}$$

L'expression $\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau}(T - T_{air})$ montre que t est homogène à un temps.

$$\text{Remarque : } \tau = \frac{3,25 \times 10^3}{10 \times 4,66 \times 10^{-2}} = 7,0 \times 10^3 \text{ s}$$

$\frac{3,25 \times 10^3}{10 \times 4,66 \times 10^{-2}} = 6974,248927$

Le modèle d'évolution temporelle de la température du système {vin + bouteille}, solution de l'équation différentielle, est le suivant :

$$T(t) = (T_0 - T_{air}) e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{air}$$

Cette évolution temporelle de la température $T(t)$ est représentée ci-dessous :

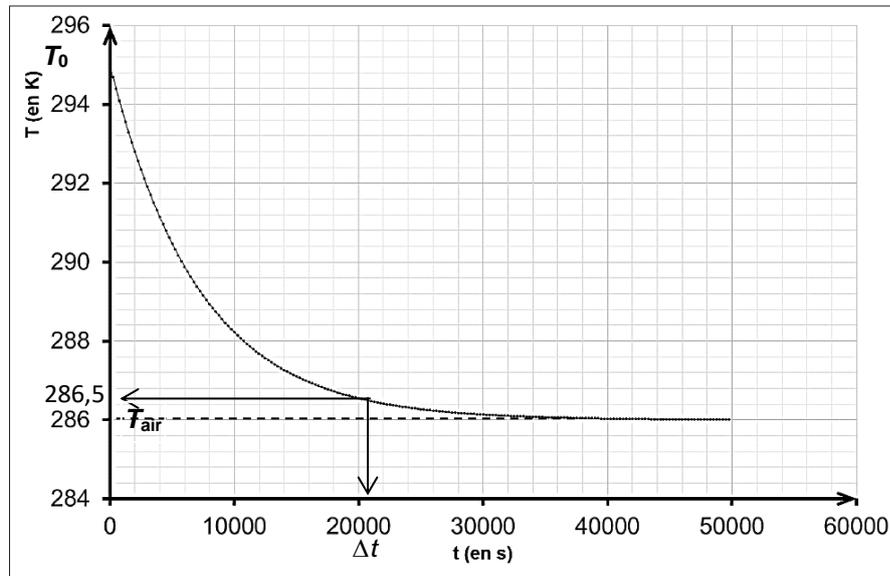
5. Retrouver à l'aide des résultats de la modélisation les valeurs de T_0 et de T_{air} .

On a : $T(t) = (T_0 - T_{air})e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{air}$ donc : $T(0) = (T_0 - T_{air})e^0 + T_{air} = T_0$

$$T(t \rightarrow \infty) = (T_0 - T_{air})e^{-\infty} + T_{air} = T_{air}$$

Graphiquement : $T_0 = 295 \text{ K}$ soit $\theta_0 = (295 - 273) \text{ }^\circ\text{C} = 22 \text{ }^\circ\text{C}$.

$T_{air} = 286 \text{ K}$ soit $\theta_{air} = (286 - 273) \text{ }^\circ\text{C} = 13 \text{ }^\circ\text{C}$.



6. Estimer graphiquement au bout de combien de temps le vin pourra être servi à la température souhaitée (à 0,5 degré près).

À 0,5 degré près, on a : $\Delta\theta = 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ soit $\Delta T = 0,5 \text{ K}$.

On cherche l'abscisse du point d'intersection entre la droite horizontale à la température 286,5 K et la courbe. Graphiquement : $\Delta t \approx 20\,000 \text{ s} = 5,55 \text{ h}$.

Remarque : cette durée correspond à environ $2,8\tau$.

Partie 2 – Cave à vin et niveau d'intensité sonore

Le niveau d'intensité sonore moyen d'une cave à vin est de 42 dB à environ 1,0 m avec une fréquence sonore voisine de 200 Hz. Un restaurateur a besoin de deux caves à vin dans un même local fermé, à proximité de

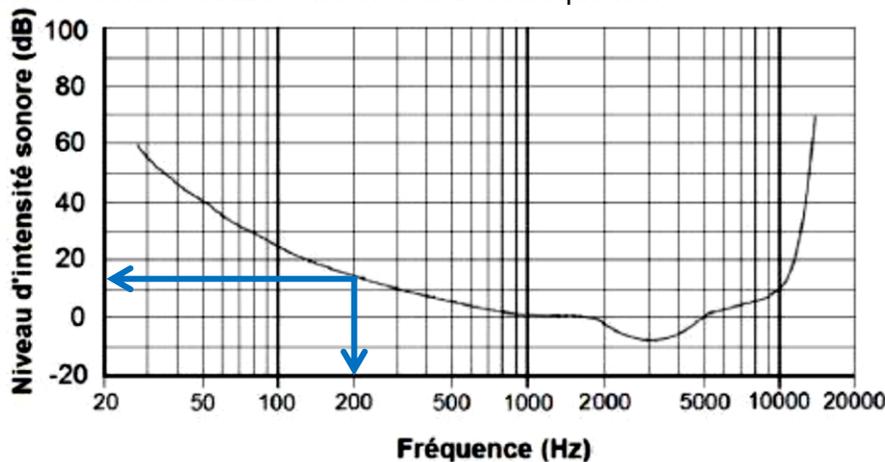
la salle qui accueille les clients. Il cherche à savoir si des clients assis juste derrière la cloison, à 1,0 m des caves à vin, sont susceptibles de les entendre.

Données

- Niveau d'intensité sonore L en décibel :

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad \text{avec } I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

- Seuil d'audibilité en fonction de la fréquence : le graphique suivant indique les valeurs minimales de niveau d'intensité sonore audible en fonction de la fréquence.



- Atténuation par absorption : l'atténuation par absorption pour les bruits aériens, notée A , correspond à la différence entre le niveau d'intensité sonore L_i du son incident sur un obstacle et le niveau d'intensité sonore L_t du son transmis. Elle varie avec la fréquence. Pour les cloisons du restaurant, les caractéristiques d'atténuation sonore sont données ci-dessous :

| f (en Hz) | 100 | 125 | 160 | 200 | 250 | 315 | 400 | 500 | 630 |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| A (en dB) | 29 | 32 | 28 | 25 | 29 | 33 | 36 | 38 | 41 |

- Montrer que le niveau sonore total émis par les deux caves à vin, à 1,0 m de celle-ci sans la cloison serait de 45 dB.

On a : $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$ donc $I = I_0 \times 10^{\frac{L}{10}}$.

Pour une cave à vin dont le niveau sonore moyen vaut $L = 42$ dB :

$$I = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{\frac{42}{10}} = 1,58 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Pour deux caves à vin de même niveau sonore, l'intensité sonore totale est :

$$I_{\text{tot}} = 2 \times I = 3,16 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Et le niveau sonore total est : $L_{\text{tot}} = 10 \log \left(\frac{I_{\text{tot}}}{I_0} \right) = 10 \times \log \left(\frac{3,16 \times 10^{-8}}{1,0 \times 10^{-12}} \right) = 45$ dB.

```
1.584893192E-8
Ans*2
3.169786385E-8
10*log(Ans/1.0E-12)
45.01029996
```

- Le signal sonore émis par les deux caves serait-il audible par les clients placés derrière la cloison ? Justifier.

Pour $f = 200$ Hz, l'atténuation A vaut 25 dB soit un niveau sonore derrière la cloison de : $45 - 25 = 20$ dB.

Graphiquement, pour $f = 200$ Hz, le seuil d'audibilité est de 15 dB.

À priori, le son devrait être audible ($20 \text{ dB} > 15 \text{ dB}$) mais il doit très certainement être couvert par le bruit ambiant de la salle de restaurant.