

Mots-clés : étude d'une lunette commerciale à partir d'un modèle, constructions graphiques, grossissement.

La notice d'une lunette astronomique commerciale pour amateur porte les indications suivantes :

- Lunette afocale
- Livrée avec deux oculaires de focales 6 mm et 12 mm
- Grossissement jusqu'à 100x
- Longueur totale 56 cm.

La valeur de la distance focale de l'objectif n'est pas précisée dans la notice.

On se propose de vérifier la cohérence de ces indications entre elles à l'aide d'une modélisation puis d'utiliser cette lunette commerciale pour encadrer la valeur de l'angle sous lequel se présente un système d'étoile double.

On modélise la lunette du commerce par deux lentilles minces convergentes (L_1) et (L_2) conformément au schéma en **ANNEXE à RENDRE AVEC LA COPIE**.

- L'objectif est modélisé par une lentille (L_1) convergente de centre optique O_1 et de distance focale f'_1 .
- L'oculaire est modélisé par une lentille convergente (L_2) de centre optique O_2 , et de distance focale f'_2 .

Le schéma n'est pas à l'échelle. Les lentilles (L_1) et (L_2) sont positionnées pour rendre le système afocal.

On rappelle que pour un petit angle α exprimé en radians $\tan \alpha \approx \alpha$.

Estimation de la valeur de la distance focale de l'objectif commercial à l'aide de la lunette modélisée

Un système optique est dit afocal s'il donne d'un objet à l'infini une image à l'infini.

1. En s'appuyant sur le schéma en **ANNEXE à RENDRE AVEC LA COPIE**, justifier que la lunette modélisée est bien afocale.

Une lunette afocale donne d'un objet à l'infini une image à l'infini. Pour cela, il faut que le foyer image F'_1 de l'objectif soit confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire, ce qui est bien le cas sur le schéma de l'annexe 2.

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$$

2. Exprimer la distance O_1O_2 en fonction des distances focales f'_1 et f'_2 pour cette lunette afocale.

$$O_1O_2 = O_1F'_1 + F'_1O_2 = O_1F'_1 + F_2O_2 = O_1F'_1 + O_2F'_2 = f'_1 + f'_2.$$

3. À l'aide des indications commerciales, et en se basant sur le modèle étudié, montrer que la valeur de la distance focale de l'objectif de la lunette commerciale est de l'ordre de 55 cm.

$$O_1O_2 = f'_1 + f'_2 = 56 \text{ cm}$$

$$f'_1 = O_1O_2 - f'_2 \text{ avec } f'_2 = 6 \text{ mm ou } 12 \text{ mm}$$

$$\text{Oculaire } f'_2 = 6 \text{ mm} = 0,6 \text{ cm} \Rightarrow f'_1 = 56 \text{ cm} - 0,6 \text{ cm} = 55,4 \text{ cm} \approx 55 \text{ cm.}$$

$$\text{Oculaire } f'_2 = 12 \text{ mm} = 1,6 \text{ cm} \Rightarrow f'_1 = 56 \text{ cm} - 1,6 \text{ cm} = 54,4 \text{ cm} \approx 55 \text{ cm.}$$

La distance focale f'_1 de l'objectif de la lunette commerciale est bien de l'ordre de 55 cm.

Estimation de la valeur du grossissement commercial

L'objet observé supposée à l'infini, est représenté sur le schéma en **ANNEXE à RENDRE AVEC LA COPIE** par $A_\infty B_\infty$ (A_∞ étant sur l'axe optique). Un rayon lumineux issu de B_∞ est également représenté.

4. Sur le schéma en **ANNEXE à RENDRE AVEC LA COPIE**, construire l'image $A_1 B_1$ de l'objet $A_\infty B_\infty$ donnée par l'objectif.

Voir construction de l'image $A_1 B_1$ à la fin du sujet.

Le rayon issu de B_∞ et passant par le centre optique O_1 de (L_1) n'est pas dévié.

L'objet $A_\infty B_\infty$ étant situé à l'infini, l'image $A_1 B_1$ par l'objectif (L_1) est située dans le plan focal image de l'objectif. Le point B_1 est situé à l'intersection du rayon issu de B_∞ et du plan focal et le point A_1 est confondu avec le foyer image F'_1 .

On désigne par α le diamètre apparent de l'objet, c'est-à-dire l'angle sous lequel on voit l'objet à l'œil nu. On a représenté α sur le schéma de l'annexe.

5. Exprimer $\tan \alpha$ en fonction de f'_1 et A_1B_1 .

$$\tan \alpha = \frac{A_1B_1}{OF'_1} = \frac{A_1B_1}{f'_1}$$

L'oculaire (L_2) permet d'obtenir une image définitive $A'B'$ perçue par l'œil sous un angle α' .

6. Sur le schéma en ANNEXE à RENDRE AVEC LA COPIE, construire la marche d'un rayon lumineux incident issu de B_1 émergent de la lentille (L_2).

Voir construction du rayon issu de B_1 à la fin du sujet.

Le rayon issu de B_1 et passant par le centre optique O_2 de (L_2) n'est pas dévié.

7. Positionner α' sur le schéma et exprimer $\tan \alpha'$ en fonction de f'_2 et A_1B_1 .

Voir construction de α' à la fin du sujet.

$$\tan \alpha' = \frac{A_1B_1}{OF'_2} = \frac{A_1B_1}{f'_2}$$

8. Rappeler la définition du grossissement G de la lunette et l'exprimer en fonction des distances focales f'_1 et f'_2 .

Le grossissement est le rapport $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

Pour un petit angle α exprimé en radians $\tan \alpha \approx \alpha$ donc :

$$\tan \alpha \approx \alpha = \frac{A_1B_1}{f'_1} \quad \text{et} \quad \tan \alpha' \approx \alpha' = \frac{A_1B_1}{f'_2}$$

$$G = \frac{\frac{A_1B_1}{f'_2}}{\frac{A_1B_1}{f'_1}} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}$$

9. Justifier l'intérêt d'utiliser des lentilles telles que $f'_2 \ll f'_1$.

Comme $G = \frac{f'_1}{f'_2}$ alors avec $f'_2 \ll f'_1$ $G \gg 1$. En choisissant une petite distance focale pour l'oculaire on obtient un fort grossissement.

10. Compte tenu de la valeur de la distance focale de l'objectif de la lunette commerciale estimée à la question 3, discuter de la cohérence de l'indication « Grossissement jusqu'à 100 x » et préciser si d'autres valeurs du grossissement sont également possibles pour cette lunette commerciale.

$$G = \frac{f'_1}{f'_2} \quad \text{avec} \quad f'_1 = 55 \text{ cm.}$$

En choisissant l'oculaire de distance focale $f'_2 = 0,6$ cm on obtient : $G = \frac{55}{0,6} \approx 92$.

Le grossissement maximal est bien voisin de 100 x.

En choisissant l'oculaire de distance focale $f'_2 = 1,2$ cm on obtient : $G = \frac{55}{1,2} \approx 46$.

55/0.6	91.66666667
55/1.2	45.83333333

Observation d'étoiles doubles



Système d'étoiles doubles photographiées à l'aide d'un télescope

Certaines étoiles apparaissent si proches l'une de l'autre qu'il est souvent impossible de les distinguer à l'œil nu pour un observateur sur Terre.

Données :

L'œil humain ne peut distinguer deux points A et B que si l'angle θ sous lequel sont vus les deux points est supérieur à $3,0 \times 10^{-4}$ rad.

On observe un système d'étoiles doubles à travers la lunette commerciale. Avec l'un des deux oculaires fournis, on observe un point lumineux unique tandis qu'avec l'autre on observe deux points lumineux.

11. Préciser les oculaires utilisés pour chaque observation et donner un encadrement de l'angle α sous lequel se présentent les deux étoiles à l'œil nu.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter sa démarche. Toute démarche, même non aboutie, sera valorisée.

L'oculaire de plus petite distance focale permet le plus fort grossissement.

Ainsi l'oculaire de distance focale $f'_2 = 0,6$ cm ($G \approx 100$) permet de distinguer les deux étoiles.

L'oculaire de distance focale $f'_2 = 1,2$ cm ($G \approx 50$) ne permet pas de distinguer les deux étoiles.

Pour observer les deux étoiles séparées à travers la lunette, il faut que $\alpha' > \theta = 3,0 \times 10^{-4}$ rad.

Soit $G \times \alpha > \theta$ donc $\alpha > \frac{\theta}{G}$.

Oculaire $f'_2 = 0,6$ cm avec $G = 92 \Rightarrow \alpha > \frac{3,0 \times 10^{-4}}{92} = 3,3 \times 10^{-6}$ rad.

Oculaire $f'_2 = 1,2$ cm avec $G = 46 \Rightarrow \alpha > \frac{3,0 \times 10^{-4}}{46} = 6,5 \times 10^{-6}$ rad.

```
3.0E-4/92
3.260869565E-6
3.0E-4/46
6.52173913E-6
```

Donc : $3,3 \times 10^{-6}$ rad $< \alpha < 6,5 \times 10^{-6}$ rad.

Ces deux angles étant inférieurs à $3,0 \times 10^{-4}$ rad, les deux étoiles ne sont pas discernables à l'œil nu.

ANNEXE relative à l'exercice C à RENDRE AVEC LA COPIE

