

(Barème indicatif sur 6,75pts → 5 pts)

**1. Étude du capteur de pression capacitif « artisanal »**

**1.1. (0,5pt)** On emploie l'adjectif capacitif pour indiquer que les feuilles d'aluminium constituent un réservoir de charges électriques de signes opposés.

**1.2. (0,5pt)** La tension  $U_{AB}$  est positive ainsi la feuille A porte des charges électriques positives alors  $Q_A = C \cdot U_{AB}$ .

Tandis que  $Q_B = - C \cdot U_{AB}$ .

**1.3. (0,75 pt)** Lorsqu'un objet est posé sur le condensateur, les feuilles d'aluminium, ainsi que la feuille de papier isolant qui les sépare, sont déformées.

On peut faire plusieurs hypothèses, en se basant sur la relation  $C = \frac{\epsilon \cdot S}{e}$ .

- La surface  $S$  en regard des feuilles d'aluminium est modifiée. Mais l'épaisseur  $e$  de la feuille ainsi que la constante  $\epsilon$  n'ont pas changé.

Si  $S$  augmente alors  $C$  augmente, si  $S$  diminue alors  $C$  diminue.

- L'épaisseur  $e$  de la feuille de papier diminue. Mais ni la surface  $S$ , ni la constante  $\epsilon$  n'ont changé.

Si  $e$  diminue alors  $C$  augmente.

*Remarques : plusieurs réponses sont possibles, on attend avant tout un raisonnement argumenté.*

*La lecture de la question 3.2. montrera que l'hypothèse sur la diminution de  $e$  était la bonne.*

**2. Modélisation du circuit de la chaîne de mesure**

**2.1. (0,25pt)** D'après la loi des mailles :  $0 = u_R + u_C$

*Citer les lois utilisées.*

**(0,25pt)** D'après la loi d'Ohm  $u_R = R \cdot i$ .

$$0 = R \cdot i + u_C$$

**(0,25pt)** Par définition  $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ , or  $q(t) = C \cdot u_C(t)$  avec  $C$  constante ainsi  $i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$ .

$$0 = R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t).$$

On peut mettre en forme l'équation différentielle comme en mathématiques soit sous la forme  $y' = a \cdot y + b$ . Pour cela, on divise par  $R \cdot C$ .

$$0 = \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C(t)$$

**(0,25pt)** En posant  $R \cdot C = \tau$ , on obtient  $0 = \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot u_C(t)$ .

**2.2. Méthode 1 :** Si  $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  est solution de l'équation différentielle alors on doit vérifier

l'égalité  $0 = \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot u_C(t)$ .

**(0,25pt)** Exprimons  $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot u_C(t) = -\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \cdot A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

**(0,25pt)** On constate qu'effectivement  $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot u_C(t) = 0$ , la solution proposée convient.

La solution proposée donne à la date  $t = 0$ ,  $u_C(t = 0) = A \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} = A$ .

Or à la date  $t = 0$  s, le condensateur est chargé et  $u_C(0) = E$ .

**(0,25pt)** Donc  $A = E$ .

La solution est  $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

Méthode 2 :  $0 = \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot u_C(t)$  s'écrit  $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau} \cdot u_C(t)$  soit de la forme  $y' = a \cdot y$  qui admet pour

solution  $y = A \cdot e^{ax}$ , soit  $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{1}{\tau}t}$ .

On détermine  $A$  avec les conditions initiales, à  $t = 0$  s le condensateur est chargé alors  $u_C(t) = E$ .

$u_C(0) = A \cdot e^{-\frac{1}{\tau} \cdot 0} = E$  donc  $A = E$ . La solution est bien  $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

**2.3. (0,25pt)** Calculons  $u_C(t = 5\tau) = E \cdot e^{-\frac{5\tau}{\tau}} = E \cdot e^{-5} = E \times 6,7 \times 10^{-3} = E \times \frac{0,67}{100}$ .

**(0,25pt)** La tension aux bornes du condensateur est inférieure à 1% de sa valeur initiale, on peut considérer que le condensateur est déchargé.

### 3. Test expérimental de la chaîne de mesure

**3.1. (0,25)** On doit déterminer le temps caractéristique  $\tau$  de la décharge du condensateur.

On trace la tangente à la courbe représentative de  $u_C$  à la date  $t = 0$  s. Elle coupe l'axe des temps, à la date  $t = \tau$ .

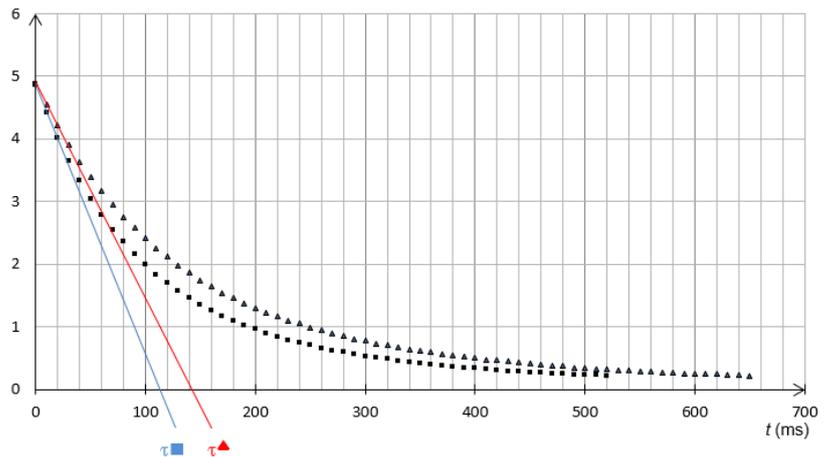
**(0,25)** On obtient  $\tau_{\blacksquare} < \tau_{\blacktriangle}$ .

Comme  $\tau = R \cdot C$  et que  $R =$  constante,

**(0,25)** alors  $C_{\blacksquare} < C_{\blacktriangle}$ .

On considère qu'avec pression, seule l'épaisseur  $e$  de la feuille a diminué (voir 1.3.).

Ainsi avec pression  $C$  augmente.



**(0,25)**

La courbe avec  $\blacktriangle$  est celle qui correspond au dispositif avec pression.

**3.2. (0,25)**  $\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta e}{e}$  donc  $\Delta e = \frac{\Delta C}{C} \cdot e$ .

Il faut déterminer les capacités pour les deux situations et donc les temps caractéristiques.

La méthode de la tangente à l'origine est peu précise.

On va utiliser la méthode des « 37% ».

Pour  $t = \tau$ ,  $u_C(\tau) = 0,37 \cdot E$ . On cherche l'abscisse du point d'ordonnée  $0,37 \cdot E$ .

$u_C(\tau) = 0,37 \times 5 = 1,85$  V.

Voir courbe ci-après.

**(0,25)**  $\tau = R \cdot C$  donc  $C = \frac{\tau}{R}$

$C$  est la capacité du condensateur sans pression donc elle correspond au plus petit temps caractéristique  $\tau_{\blacksquare} = 110$  ms

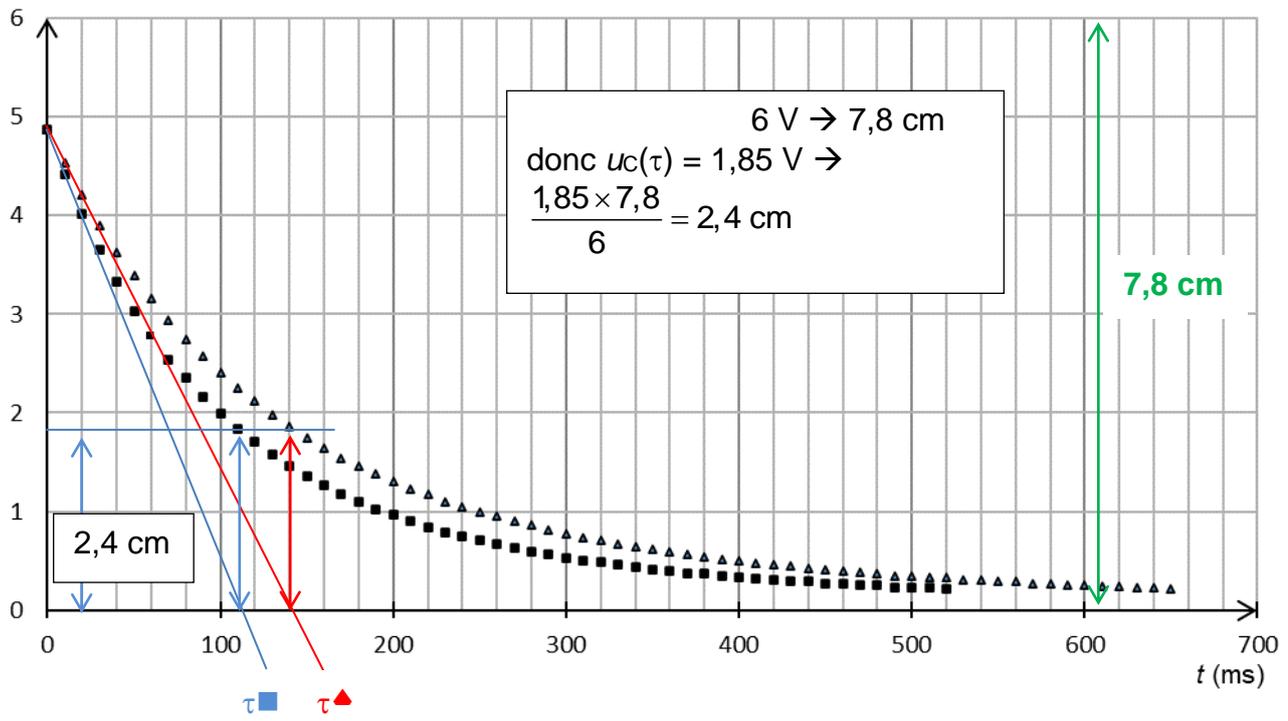
**(0,25)**  $C = \frac{110 \times 10^{-3}}{10 \times 10^6} = 1,1 \times 10^{-8}$  F =  $11 \times 10^{-9}$  F = 11 nF

De même  $\Delta C = \frac{\Delta \tau}{R}$

**(0,25)**  $\Delta C = \frac{(140 - 110) \times 10^{-3}}{10 \times 10^6} = 3,0 \times 10^{-9}$  F = 3,0 nF

**(0,25)** Finalement  $\Delta e = \frac{3,0}{11} \times 1,0 \times 10^{-4} = 2,7 \times 10^{-5}$  m ou  $0,27 \times 10^{-4}$  m.

Ce dispositif est capable de mesurer des variations d'épaisseur très petite.



**(0,5)** On trouve  $\tau_{\blacktriangle} = 140 \text{ ms}$  et  $\tau_{\blacksquare} = 110 \text{ ms}$ .