Activité 6.1

MOUVEMENTS DES SATELLITES ARTIFICIELS DE LA TERRE

A

Les **satellites Spot** sont une famille de satellites développés dans de nombreux domaines : défense, suivi des intempéries, etc. Ils évoluent à une altitude voisine de 820 km.

Les **satellites Météosat** forment une constellation de cinq satellites météorologiques. Chaque satellite observe constamment la même zone à la surface de la Terre.

Les satellites artificiels lancés par l'Homme autour de la Terre sont dédiés à l'observation, aux télécommunications ou à la recherche. Thomas PESQUET a effectué, entre novembre 2016 et juin 2017, une mission à bord de la station spatiale ISS évoluant à une altitude proche de 410 km. Il a annoncé avoir vu le Soleil se lever 16 fois par 24 heures.

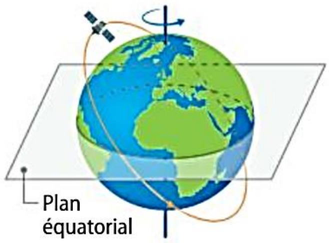
L'objectif de cette activité est d'étudier les caractéristiques des mouvements des satellites artificiels à partir des différents documents . . .

B

Le mouvement d'un satellite de la Terre est étudié dans le référentiel géocentrique. Sa trajectoire dépend des conditions de son lancement. Le satellite se déplace ensuite de façon périodique sur une trajectoire appelée **orbite**.

Le mouvement d'un satellite est, entre autres, caractérisé par :
– l'inclinaison : angle entre le plan de l'orbite et celui de l'équateur terrestre ;
– la période de révolution : durée d'un tour complet.

Ces grandeurs sont choisies très précisément en fonction de la mission assignée au satellite.



L'orbite polaire

À une altitude généralement assez basse, un satellite en orbite polaire passe au-dessus des pôles à chaque révolution.

L'orbite géostationnaire

Un satellite géostationnaire est immobile pour un observateur terrestre. Sa période de révolution est égale à la période de rotation de la Terre autour de l'axe des pôles : 23 h 56 min.

Q1. Parmi les satellites évoqués (Spot, Meteosat, ISS), lesquels ont une orbite géostationnaire ? En quoi l'orbite géostationnaire est intéressante pour la transmission de signaux depuis et vers un observateur terrestre ?

Q2. Représenter, sans souci d'échelle, la trajectoire du satellite Météosat évoluant dans le référentiel géocentrique et exprimer le rayon de l'orbite r de sa trajectoire en fonction du rayon terrestre R_T et de son altitude h.

Q3. Nommer et représenter qualitativement la force exercée par la planète Terre sur le satellite Météosat, supposé ponctuel et noté S. Donner son expression vectorielle.

Q4. En citant la loi utilisée, déterminer l'expression vectorielle de l'accélération $\vec{a}$ du satellite S.

Démontrer que la vitesse du satellite est : $v_S = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$

Q5. Exprimer la période de révolution T_S du satellite et calculer son altitude h.

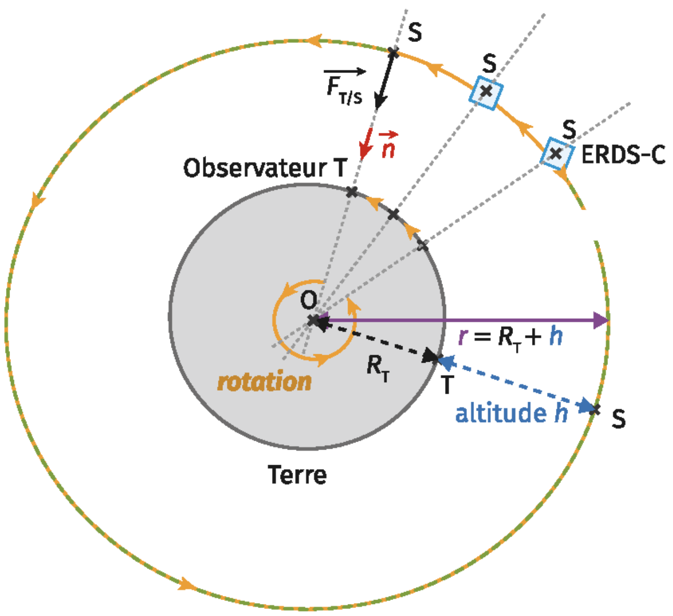
Données

- Masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg.
- Rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37 \times 10^3$ km.
- Constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-}}$

CORRECTION

Q1. Météostat car « observe constamment la même zone de la Terre ». L'orbite géostationnaire est intéressante, car elle permet la transmission de signaux de manière continue avec d'autres bases terrestres ou satellites situés du même côté de la Terre.

Q2.



Q3. La force exercée par la planète Terre sur le satellite est notée $\overrightarrow{F_{T/S}}$. Elle est portée par la droite reliant les centres de gravité de la Terre et du satellite. L'expression vectorielle de $\overrightarrow{F_{T/S}}$ s'écrit $\overrightarrow{F_{T/S}} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_S}{(r)^2} \cdot \vec{n}$ (voir schéma).

Q4. On utilise la deuxième loi de Newton dans le référentiel géocentrique supposé galiléen : $\overrightarrow{F_{T/S}} = m_S \cdot \vec{a}$

En substituant $\overrightarrow{F_{T/S}}$ par son expression, on déduit l'expression du vecteur accélération : $\vec{a} = G \cdot \frac{M_T}{r^2} \cdot \vec{n}$

Le mouvement du satellite est circulaire donc on projette le vecteur accélération dans le repère de Frenet $(\vec{t}\,;\vec{n})$:

$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$ et $a_n = \frac{v_S^2}{r} = G \cdot \frac{M_T}{r^2}$

D'après la première expression, on déduit alors que le mouvement de Titan est uniforme : sa vitesse *v* reste constante tout au long de la trajectoire circulaire.

En exploitant l’expression 2 de la composante normale de l'accélération, on déduit : $v_S{}^2 = G \cdot \frac{M_T}{r}$

D’où l’expression recherchée : $v_S = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$

Q5. Dans le cas d’un mouvement circulaire, la vitesse du satellite se déplaçant à une distance *r* de la Terre est lié à la période *T* selon la relation : $v_S = \frac{2\pi \cdot r}{T}$

En associant les deux expressions précédentes de la vitesse, on obtient : $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M_T}$

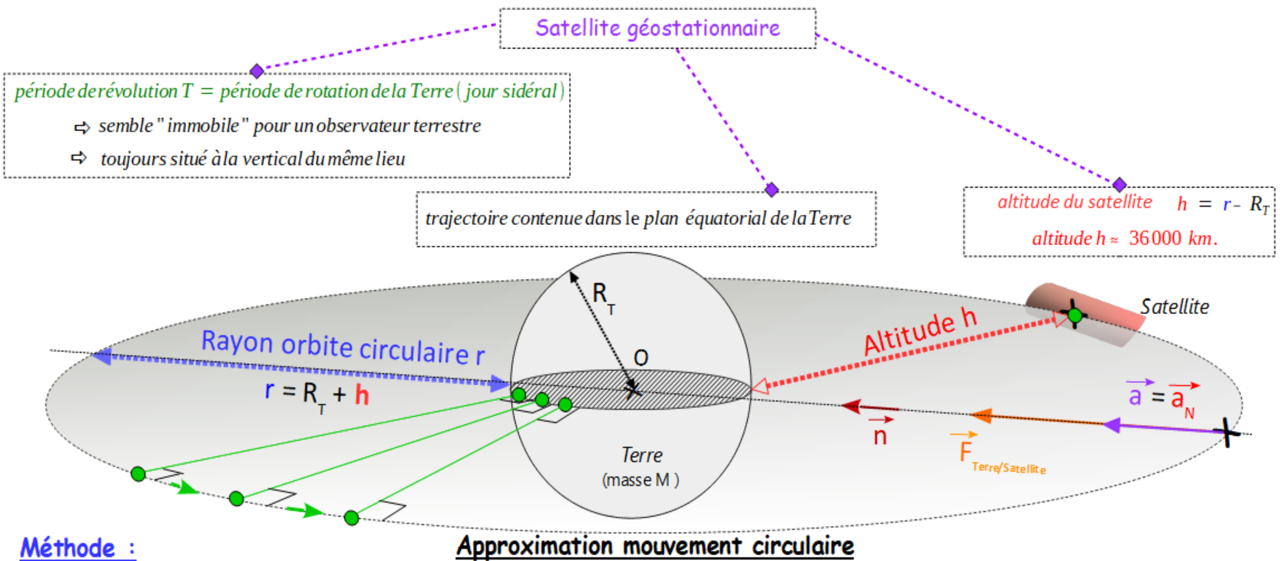
De l’expression précédente, on détermine le rayon de l’orbite, puis l’altitude *h* :

$$r = \sqrt[3]{G \cdot M_T \cdot \frac{T^2}{4\pi^2}}$$ et $h = r - R_T$

A.N : $$r = \sqrt[3]{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24} \times \frac{(23 \times 3\ 600 + 56 \times 60 + 20)^2}{4\pi^2}}$$

Soit $r \approx 4,22 \times 10^7$ m d’où $h \approx 3,58 \times 10^7$ m (soit 35 800 km).

Synthèse



Méthode :

- Force d’interaction gravitationnelle

$$\vec{F}_{Terre/S} = \frac{G \cdot M_{Terre} \cdot m_S}{r^2} \cdot \vec{n}$$

- Application 2ème loi de Newton

$$\vec{a} = \vec{a}_n = \frac{v^2}{r} \cdot \vec{n} \quad (\vec{a} \text{ est centripète.})$$

- Projection dans le repère de Frenet

⇨ $v = \sqrt{\frac{G.M}{r}}$

⇨ $v = cste$: mouvement uniforme

- Vitesse orbitale $v = \frac{2\pi.r}{T}$ [m.s⁻¹]

⇨ Période de révolution $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G.M}}$ [s] [m] [kg]

⇨ Rayon de l’orbite $r = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt[3]{G.M.T^2}$