Correction du DS6

Exercice 1

1. Troisième loi de Kepler appliquée aux mouvements de Pluton et Éris autour du Soleil : $\frac{T^2}{a^3} = Cte$

Sachant que T_E *(= 557 ans)* > T_P *(= 248 ans)* alors $a_E > a_P$

On en déduit qu'Éris est plus éloignée du Soleil que Pluton.

2. La trajectoire d'Eris est une ellipse. D'après la 2ème loi de Kepler, sa vitesse augmente lorsqu'elle se rapproche du Soleil, puis diminue lorsqu'elle s'en éloigne.

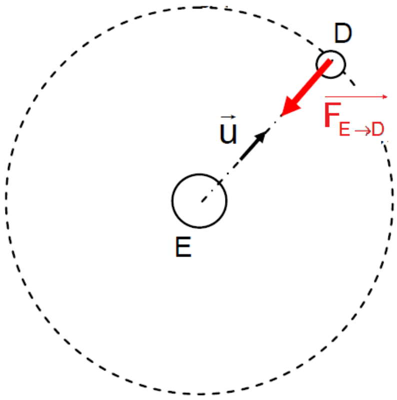
3. On utilise un référentiel constitué par le centre d'inertie d'Éris et par trois étoiles lointaines et fixes (référentiel « ériscentrique »). Ce référentiel est considéré comme galiléen.

Appliquons la deuxième loi de Newton à Dysnomia dans le référentiel ériscentrique :

$$\overrightarrow{F_{E\to D}} = M_D.\vec{a}$$

$$<=> \quad -G.\frac{M_E.M_D}{R_D^2}.\vec{u} = M_D.\vec{a}$$

$$<=> \quad \boxed{\vec{a} = -G.\frac{M_E}{R_D^2}.\vec{u}}$$



4. L'accélération est centripète et sa valeur égale à v^2/r (r est le rayon de la trajectoire)

5. Le mouvement de Dysnomia est circulaire et uniforme, donc : $a = \frac{v^2}{R_D}$

L'égalité des deux expressions de l'accélération s'écrit : $\frac{v^2}{R_D} = G.\frac{M_E}{R_D^2}$ soit : $v^2 = G.\frac{M_E}{R_D}$ (1)

Par ailleurs : $T_D = \frac{2.\pi.R_D}{v}$ soit : $T_D^2 = \frac{4.\pi^2.R_D^2}{v^2}$ (2)

En combinant (1) et (2) il vient : $T_D^2 = \frac{4.\pi^2.R_D^3}{G.M_E}$ soit : $\boxed{T_D = 2\pi\sqrt{\frac{R_D^3}{G.M_E}}}$

6. L'expression de T_D nous permet de calculer la masse d'Eris : $M_E = \frac{4.\pi^2}{G.T_D^2}.R_D^3$

<u>A.N :</u> T_D = 15,0 jours = 15,0*24*3600 s => $M_E = \frac{4\times\pi^2\times(3{,}60\times10^7)^3}{6{,}67\times10^{-11}\times(1{,}30\times10^6)^2}$ = 1,64.10^22 kg

7. Rapport entre la masse d'Éris et celle de Pluton : $\frac{M_E}{M_P} = \frac{1{,}63\times10^{22}}{1{,}31\times10^{22}}$ = **1,24**

Conclusion : La masse d'Éris est un peu plus grande que celle de Pluton. Si Eris n'est pas considérée comme une planète, alors Pluton qui a une masse moins importante que celle d'Eris ne l'est pas non plus. (Eris et Pluton sont des « planètes naines »)

Exercice 2

1) Phénomène qui se répète identique à lui-même pendant des durées égales.

2.1) $\Delta L/L = 1/249 = 4.10^{-3}$

2.2) Calcul de T : $T = 2\pi \cdot (249.10^{-3}/9,81)^{1/2} = 1,00$ s

Incertitude relative sur le calcul de T : $\Delta T/T = 0,5 * \Delta L/L$

⇨ $\Delta T = 0,5 * T * \Delta L/L$ AN : $\Delta T = 0,5 * 1,00 * 1/249 = 2.10^{-3}$

D'où : $T = (1,000 \pm 0,002)$ s

3) Durée correspondant à 9129631770 périodes de la radiation correspondant à la transition électronique entre deux niveaux d'énergie de l'atome de césium 133.

4.1) $c = 3.10^{8}$ m.s^{-1} 4.2) même célérité d'après le postulat d'Einstein (théorie de la relativité)

5.1) Le référentiel lié au satellite car deux émissions successives de signaux s'y produisent au même endroit

5.2) Le satellite est le référentiel propre, le référentiel terrestre est impropre : $\Delta t_{Terre} = \gamma . \Delta t_{satellite}$

Décalage : $\tau = \Delta t_{Terre} - \Delta t_{satellite}$

soit $\tau = \gamma . \Delta t_{satellite} - \Delta t_{satellite} = (\gamma - 1) . \Delta t_{satellite}$

AN: $\tau = [\, 1/(1 - (3870/3,00.10^{8})^{2})^{1/2} - 1 \,] . 1,000000000000 = 8,32.10^{-11}$ s

5.3) Chaque seconde il se crée un décalage τ . Chaque jour, le décalage est donc :

$\tau_{jour} = \tau \times 24 \times 3600$ AN: $\tau_{jour} = 8,32.10^{-11} \times 24 \times 3600 = 7,19.10^{-6}$ s

=> on retrouve bien l'indication du texte

Bonus

D'après la question 5.2 : $\tau = (1/(1 - v^2/c^2)^{1/2} - 1)$ pour $\Delta t_{satellite} = 1$s

Exprimons v en fonction de τ : $\tau + 1 = 1/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$

⇔ $(1 - v^2/c^2)^{1/2} = 1 / (\tau + 1)$

⇔ $(1 - v^2/c^2) = 1 / (\tau + 1)^2$

⇔ $v^2/c^2 = 1 - 1 / (\tau + 1)^2$

⇔ $\boxed{v = c \times (1 - 1 / (\tau + 1)^2)^{1/2}}$

AN: $v = 3,00.10^{8} \times (1 - 1 / (1,00.10^{-3} + 1)^2)^{1/2} = 1,34.10^{7}$ m.s^{-1}